

Содержание

Введение.....	2
1 Разложение заданного напряжения $u(\omega t)$ в ряд Фурье, ограничившись пятой гармоникой.....	3
2. Расчёт цепи при воздействии на нее несинусоидального приложенного напряжения	12
3 Расчет симметричной трехфазной цепи при синусоидальном питающем напряжении	22
4 Расчет несимметричной трехфазной цепи.....	29
5 Расчёт в переходном режиме классическим методом закона изменения $u_c(t)$ в цепи с двумя накопителями энергии.....	35
6. Определение в цепи с двумя накопителями энергии независимых начальных условий.	42
Заключение	47
Список используемых источников.....	48

ВВЕДЕНИЕ

Курсовая работа посвящена расчету линейных электрических цепей при несинусоидальном и синусоидальном питающем напряжении, а также исследованию переходных процессов в цепях с накопителями энергии. Объектом исследования являются однофазные и трехфазные линейные электрические цепи.

Цель работы – закрепить методы расчета электрических цепей, определить токи, напряжения и мощности в установившихся режимах, а также найти закон изменения напряжения на конденсаторе при переходном процессе. В соответствии с заданием выполняем шесть расчетных задач: разложение заданного напряжения в ряд Фурье, расчет цепи при несинусоидальном воздействии, расчет симметричной и несимметричной трехфазных цепей, расчет переходного процесса и определение независимых начальных условий.

При выполнении работы используется аналитический, комплексный и графический методы расчета. Для несинусоидального режима применяем метод наложения по гармоникам; для трехфазных цепей используются комплексные действующие значения, векторные диаграммы и баланс мощностей; для переходных процессов применяем классический метод с учетом законов коммутации.

В результате расчетов получаем гармонический состав входного напряжения, токи и мощности однофазной цепи, фазные и линейные токи трехфазных цепей, показания ваттметров, параметры векторных диаграмм, а также независимые начальные условия и закон изменения напряжения на конденсаторе во времени.

1 Разложение заданного напряжения $u(\omega t)$ в ряд Фурье, ограничившись пятой гармоникой

Гармонический состав ряда Фурье определяется видом симметрии кривой, среди которых выделяют:

- симметрию относительно начала координат;
- симметрию относительно оси ординат;
- симметрию относительно оси абсцисс.

Согласно варианту 19, симметрия заданной кривой — относительно оси ординат.

На вход линейной электрической цепи подано периодическое несинусоидальное напряжение, форма которого представлена на рисунке 1.1.

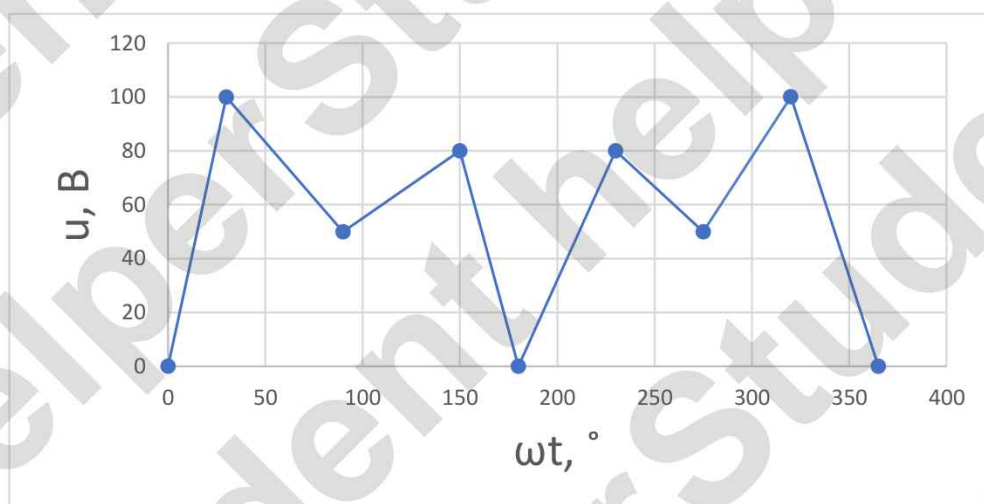


Рисунок 1.1 — Форма входного напряжения.

В таблице 1.1 приведены характеристики периодического несинусоидального напряжения $u(\omega t)$.

Таблица 1.1 – Характеристики периодического несинусоидального напряжения $u(\omega t)$

Номер точки	0	1	2	3	4
$u, \text{В}$	0	100	50	80	0
$\omega t, ^\circ$	0	30	90	150	180

Рассматриваемая кривая построена по точкам, координаты которых приведены в таблице 1.1, согласно варианту 19.

Согласно варианту, симметрия **относительно оси ординат**, это значит что функция является чётной. Поэтому синусные коэффициенты ряда Фурье равны нулю:

$$B_k = 0, k = 1, 2, 3, \dots$$

Ряд Фурье содержит постоянную составляющую и косинусные гармоники:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.1).

$$u(\omega t) = \frac{A_0}{2} + C_1 \cos(\omega t) + C_2 \cos(2\omega t) + C_3 \cos(3\omega t) + C_4 \cos(4\omega t) + C_5 \cos(5\omega t) + \dots \quad (1.1)$$

Когда периодическая несинусоидальная функция задана графически, используется приближенный способ определения коэффициентов ряда.

Период функции равен 2π . С учетом симметрии относительно оси ординат расчет коэффициентов выполняется по значениям функции на полупериоде. Полный период разбивается на $m = 24$ равных интервала, поэтому полупериод содержит $m/2 = 12$ интервалов.

$$\text{Шаг разбиения: } \Delta = 2\pi/m = 2\pi/24 = \pi/12 = 15^\circ.$$

Формула для постоянной составляющей:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.2).

$$A_0 \approx \frac{4}{m} \sum_{n=1}^{m/2} f(n\Delta) \quad (1.2)$$

Формула для косинусных коэффициентов:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.3).

$$C_k \approx \frac{4}{m} \sum_{n=1}^{m/2} f(n\Delta) \cos(kn\Delta), \quad k = 1, 2, 3, 4, 5 \quad (1.3)$$

где $m = 24$ — число интервалов на полном периоде;

$m/2 = 12$ — число интервалов на полупериоде;

n — номер расчетной точки на полупериоде;

k — номер гармоники;

$\Delta = 15^\circ$ — шаг разбиения.

где m — число интервалов, зависящее от порядка наивысшей учитываемой гармоники,

Далее находим $u(n\Delta)$ по графику кривой (рисунок 1.1) и заносим в таблицу 1.2, где также будут приведены значения косинуса и произведения $\cos(kn\Delta)$ на напряжение $u(n\Delta)$ для каждого шага $n\Delta$ первой гармоники.

Таблица 1.2 – Нахождение значений для расчёта коэффициента C_1

$n\Delta (^\circ)$	$u(n\Delta), \text{В}$	$k \cdot n\Delta (^\circ)$	$\cos(k \cdot n\Delta)$	$u \cdot \cos$
0	0,00	0	1,00	0,00
15	50,00	15	0,97	48,30
30	100,00	30	0,87	86,60
45	87,50	45	0,71	61,87
60	75,00	60	0,50	37,50
75	62,50	75	0,26	16,18
90	50,00	90	0,00	0,00
105	57,50	105	-0,26	-14,88
120	65,00	120	-0,50	-32,50
135	72,50	135	-0,71	-51,26
150	80,00	150	-0,87	-69,28
165	40,00	165	-0,97	-38,64
180	0,00	180	-1,00	0,00

Так как заданная функция обладает симметрией относительно оси ординат, она является чётной. Поэтому синусные составляющие в ряде Фурье отсутствуют, а для расчёта используются только косинусные коэффициенты.

Полный период разбит на $m = 24$ равных интервала. Полупериод содержит $m/2 = 12$ интервалов. Шаг разбиения составляет:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.4).

$$\Delta = \frac{2\pi}{m} = \frac{2\pi}{24} = \frac{\pi}{12} = 15^\circ \quad (1.4)$$

Косинусный коэффициент первой гармоники определяется по формуле:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.5).

$$C_1 \approx \frac{4}{m} \sum_{n=1}^{m/2} u(n\Delta) \cos(n\Delta) \quad (1.5)$$

По данным таблицы 1.2:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.6).

$$\sum u(n\Delta) \cos(n\Delta) = 0 + 48,30 + 86,60 + 61,87 + 37,50 + 16,18 + 0 - 14,88 - 32,50 - 51,26 - 69,28 - 38,64 + 0 = 43,88 \quad (1.6)$$

Тогда:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.7).

$$C_1 \approx \frac{4}{24} \cdot 43,88 = 7,31 \text{ В} \quad (1.7)$$

В таблице 1.3 приведены данные для нахождения значений для расчёта коэффициента C_2 .

Таблица 1.3 – Нахождение значений для расчёта коэффициента C_2

$n\Delta$ (°)	$u(n\Delta)$, В	$k \cdot n\Delta$ (°)	$\cos(k \cdot n\Delta)$	$u \cdot \cos$
0	0,00	0	1,00	0,00
15	50,00	30	0,87	43,30
30	100,00	60	0,50	50,00
45	87,50	90	0,00	0,00
60	75,00	120	-0,50	-37,50
75	62,50	150	-0,87	-54,12
90	50,00	180	-1,00	-50,00
105	57,50	210	-0,87	-49,80
120	65,00	240	-0,50	-32,51
135	72,50	270	0,00	-0,01
150	80,00	300	0,50	39,99
165	40,00	330	0,87	34,64
180	0,00	360	1,00	0,00

По данным таблицы 1.3 сумма произведений $u(n\Delta)\cos(2n\Delta)$ равна:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.8).

$$\sum u(n\Delta) \cos(2n\Delta) = 0 + 43,30 + 50,00 + 0 - 37,50 - 54,12$$

$$-50,00 - 49,80 - 32,51 - 0,01 + 39,99 + 34,64 + 0 = -56,01 \quad (1.8)$$

Тогда:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.9).

$$C_2 \approx \frac{4}{24} \cdot (-56,01) = -9,33 \text{ В} \quad (1.9)$$

В таблице 1.4 приведены данные для нахождения значений для расчёта коэффициента C_3 .

Таблица 1.4 – Нахождение значений для расчёта коэффициента C_3

$n\Delta$ (°)	$u(n\Delta)$, В	$k \cdot n\Delta$ (°)	$\cos(k \cdot n\Delta)$	$u \cdot \cos$
0	0,00	0	1,00	0,00
15	50,00	45	0,71	35,36
30	100,00	90	0,00	0,00
45	87,50	135	-0,71	-61,87
60	75,00	180	-1,00	-75,00
75	62,50	225	-0,71	-44,20
90	50,00	270	0,00	-0,01
105	57,50	315	0,71	40,65
120	65,00	360	1,00	65,00
135	72,50	405	0,71	51,28
150	80,00	450	0,00	0,02
165	40,00	495	-0,71	-28,28
180	0,00	540	-1,00	0,00

По данным таблицы 1.4 сумма произведений $u(n\Delta)\cos(3n\Delta)$ равна:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.10).

$$\sum u(n\Delta) \cos(3n\Delta) = 0 + 35,36 + 0 - 61,87 - 75,00 - 44,20 - 0,01 + 40,65 + 65,00 + 51,28 + 0,02 - 28,28 + 0 = -17,05 \quad (1.10)$$

Тогда:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.11).

$$C_3 \approx \frac{4}{24} \cdot (-17,05) = -2,84 \text{ В} \quad (1.11)$$

В таблице 1.5 приведены данные для нахождения значений для расчёта коэффициента C_4 .

Таблица 1.5 – Нахождение значений для расчёта коэффициента C_4

$n\Delta$ (°)	$u(n\Delta)$, В	$k \cdot n\Delta$ (°)	$\cos(k \cdot n\Delta)$	$u \cdot \cos$
0	0,00	0	1,00	0,00
15	50,00	60	0,50	25,00
30	100,00	120	-0,50	-49,99
45	87,50	180	-1,00	-87,50
60	75,00	240	-0,50	-37,51
75	62,50	300	0,50	31,24
90	50,00	360	1,00	50,00
105	57,50	420	0,50	28,76
120	65,00	480	-0,50	-32,49
135	72,50	540	-1,00	-72,50
150	80,00	600	-0,50	-40,02
165	40,00	660	0,50	19,99
180	0,00	720	1,00	0,00

По данным таблицы 1.5 сумма произведений $u(n\Delta)\cos(4n\Delta)$ равна:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.12).

$$\sum u(n\Delta) \cos(4n\Delta) = 0 + 25,00 - 49,99 - 87,50 - 37,51 + 31,24 + 50,00 + 28,76 - 32,49 - 72,50 - 40,02 + 19,99 + 0 = -165,02 \quad (1.12)$$

Тогда:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.13).

$$C_4 \approx \frac{4}{24} \cdot (-165,02) = -27,50 \text{ В} \quad (1.13)$$

В таблице 1.6 приведены данные для нахождения значений для расчёта коэффициента C_5 .

Таблица 1.6 – Нахождение значений для расчёта коэффициента C_5

$n\Delta$ (°)	$u(n\Delta)$, В	$k \cdot n\Delta$ (°)	$\cos(k \cdot n\Delta)$	$u \cdot \cos$
0	0,00	0	1,00	0,00
15	50,00	75	0,26	12,94

Продолжение таблицы 1.6

30	100,00	150	-0,87	-86,60
45	87,50	225	-0,71	-61,88
60	75,00	300	0,50	37,49
75	62,50	375	0,97	60,37
90	50,00	450	0,00	0,01
105	57,50	525	-0,97	-55,54
120	65,00	600	-0,50	-32,52
135	72,50	675	0,71	51,25
150	80,00	750	0,87	69,30
165	40,00	825	-0,26	-10,34
180	0,00	900	-1,00	0,00

По данным таблицы 1.6 сумма произведений $u(n\Delta)\cos(5n\Delta)$ равна:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.14).

$$\sum u(n\Delta) \cos(5n\Delta) = 0 + 12,94 - 86,60 - 61,88 + 37,49 + 60,37 + 0,01 - 55,54 - 32,52 + 51,25 + 69,30 - 10,34 + 0 = -15,52 \quad (1.14)$$

Тогда:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.15).

$$C_5 \approx \frac{4}{24} \cdot (-15,52) = -2,59 \text{ В} \quad (1.15)$$

Определение коэффициента A_0 и постоянной составляющей $\frac{A_0}{2}$

Постоянная составляющая A_0

Берём значения $u(n\Delta)$ из таблицы 1.2 для точек полупериода. Сумма значений напряжения равна:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.16).

$$\sum u(n\Delta) = 0 + 50 + 100 + 87,5 + 75 + 62,5 + 50 + 57,5 + 65 + 72,5 + 80 + 4 + 0 = 740 \text{ В} \quad (1.16)$$

Так как полный период разбит на $m = 24$ равных интервала, а расчёт выполняется по полупериоду с учетом симметрии относительно оси ординат, коэффициент A_0 определяется по формуле:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.17).

$$A_0 \approx \frac{2}{12} \sum u(n\Delta) = \frac{2}{12} \cdot 740 = 123.33 \text{ В}, \quad \frac{A_0}{2} = 61.67 \text{ В} \quad (1.17)$$

Тогда ряд Фурье, ограниченный пятой гармоникой, имеет вид:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.18).

$$u(\omega t) = 61,67 + 7,31 \cos(\omega t) - 9,33 \cos(2\omega t) - 2,84 \cos(3\omega t) - 27,50 \cos(4\omega t) - 2,59 \cos(5\omega t) \quad (1.18)$$

Для построения графика определим значения каждой гармонической составляющей и суммарной кривой напряжения. Так как ряд Фурье содержит постоянную составляющую и косинусные гармоники, значения отдельных гармоник рассчитываются по формулам:

Расчетные выражения приведены в формулах (1.19)-(1.23).

$$u_1(\omega t) = C_1 \cos(\omega t) \quad (1.19)$$

$$u_2(\omega t) = C_2 \cos(2\omega t) \quad (1.20)$$

$$u_3(\omega t) = C_3 \cos(3\omega t) \quad (1.21)$$

$$u_4(\omega t) = C_4 \cos(4\omega t) \quad (1.22)$$

$$u_5(\omega t) = C_5 \cos(5\omega t) \quad (1.23)$$

Суммарная кривая напряжения определяется сложением постоянной составляющей и пяти найденных гармоник:

Расчетное выражение приведено в формуле (1.24).

$$u_{\Sigma}(\omega t) = 61,67 + 7,31 \cos(\omega t) - 9,33 \cos(2\omega t) - 2,84 \cos(3\omega t) - 27,50 \cos(4\omega t) - 2,59 \cos(5\omega t) \quad (1.24)$$

Значения гармоник и суммарной кривой рассчитываются для углов от 0 до 360°. Заданное напряжение строится по исходным точкам первой половины

периода и точкам второй половины периода, полученным по симметрии относительно оси ординат. Полученные кривые приведены на рисунке 1.2.

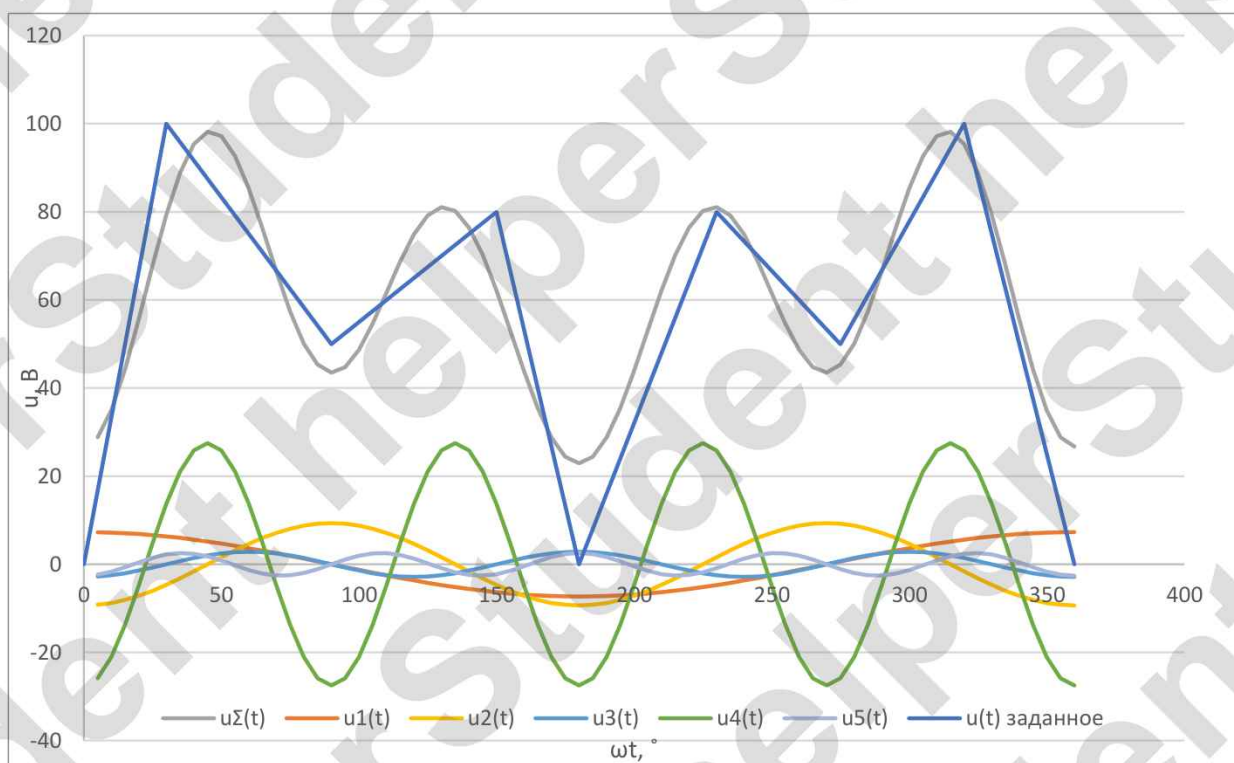


Рисунок 1.2 – График заданного напряжения, гармоник и суммарной кривой

Исходя из рисунка 1.2, видно, что заданное напряжение $u(t)$, построенное по исходным данным, приблизительно совпадает с суммарной кривой напряжения $u_{\Sigma}(t)$, полученной при сложении постоянной составляющей и первых пяти гармоник. Это подтверждает корректность разложения заданного напряжения u в ряд Фурье, ограниченный пятой гармоникой.

2. Расчёт цепи при воздействии на нее несинусоидального приложенного напряжения

На электрическую цепь действует периодическое несинусоидальное напряжение, заданное выражением:

Расчетное выражение приведено в формуле (2.1).

$$u(t) = U_0 + \frac{4U_m}{\pi} \left(\sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3 \omega t + \frac{1}{5} \sin 5 \omega t + \dots \right) \quad (2.1)$$

Определить:

- 1) действующее значение напряжения U ;
- 2) форму кривой напряжения u , для чего на чертеже построить гармоники напряжения и суммарную кривую напряжения u , полученную в результате графического сложения отдельных гармоник;
- 3) входное сопротивление и мгновенное значение тока для всех гармоник напряжения;
- 4) мгновенное значение тока на неразветвленном участке i и действующее значение тока I ;
- 5) активную P , реактивную Q и полную S мощность цепи;
- 6) форму кривой тока i , для чего на чертеже построить гармоники тока и суммарную кривую тока i , полученную в результате графического сложения отдельных гармоник.

На рисунке 2.1 представлены исходные данные электрической цепи несинусоидального тока.

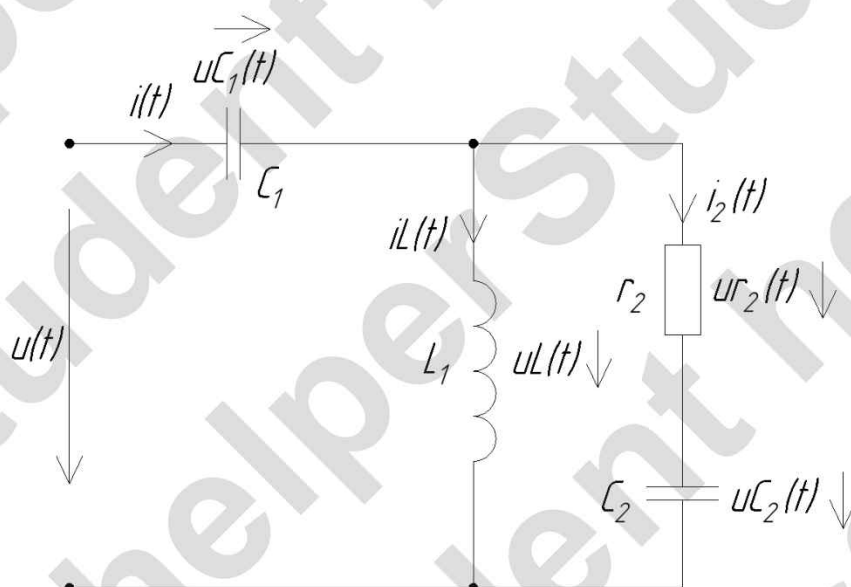


Рисунок 2.1 – Исходные данные электрической цепи несинусоидального тока

Расчет этой цепи выполняем методом наложения. Несинусоидальное напряжение представляем как сумму постоянной составляющей и отдельных гармоник, после чего для каждой составляющей составляем свою расчетную схему. Такой подход используем потому, что цепь линейная: ток от суммы воздействий равен сумме токов от каждого воздействия отдельно.

Сначала находим действующее значение приложенного напряжения. Постоянную составляющую учитываем без деления на корень из двух, а для синусоидальных гармоник используем их амплитудные значения. Затем действующие значения отдельных составляющих складываем квадратично, так как гармоники имеют разные частоты и не складываются арифметически.

В таблице 2.1 приведены исходные данные для расчета цепи несинусоидального тока.

Таблица 2.1 – Исходные данные для расчета цепи несинусоидального тока

$U_0, \text{В}$	$U_m, \text{В}$	$\omega, 1/\text{с}$	$r_1, \text{Ом}$	$r_2, \text{Ом}$	$L_1, \text{мГн}$	$C_1, \text{мкФ}$	$L_2, \text{мГн}$	$C_2, \text{мкФ}$
20	100	1000	—	20	15	40	—	30

Действующее значение несинусоидального напряжения, содержащего постоянную составляющую и несколько гармоник, определяется по формуле

Расчетное выражение приведено в формуле (2.2).

$$U = \sqrt{U_0^2 + \frac{U_{1m}^2}{2} + \frac{U_{3m}^2}{2} + \frac{U_{5m}^2}{2}} \quad (2.2)$$

где U_{1m} , U_{3m} , U_{5m} – амплитудные значения первой, третьей и пятой гармоник.

Из заданного выражения напряжения поочередно выделяем постоянную составляющую, первую, третью и пятую гармоники. Для дальнейшего расчета важно не только значение амплитуды, но и порядок гармоники, потому что сопротивления индуктивных и емкостных элементов зависят от частоты.

Из общего выражения для $u(t)$ находим амплитуды гармоник:

$$U_{1m} = \frac{4U_m}{\pi}, U_{3m} = \frac{4U_m}{3\pi}, U_{5m} = \frac{4U_m}{5\pi}$$

Подставляя $U_m = 100$ В, получаем численные значения:

Расчетные выражения приведены в формулах (2.3)-(2.5).

$$U_{1m} = \frac{4 \cdot 100}{\pi} \approx 127.32 \text{ В} \quad (2.3)$$

$$U_{3m} = \frac{4 \cdot 100}{3\pi} \approx 42.44 \text{ В} \quad (2.4)$$

$$U_{5m} = \frac{4 \cdot 100}{5\pi} \approx 25.46 \text{ В} \quad (2.5)$$

Тогда действующее значение напряжения

Расчетное выражение приведено в формуле (2.6).

$$U = \sqrt{20^2 + \frac{127.32^2}{2} + \frac{42.44^2}{2} + \frac{25.46^2}{2}} \approx 98.64 \text{ В} \quad (2.6)$$

Ряд Фурье для напряжения

После нахождения амплитуд записываем исходное напряжение в виде суммы гармонических составляющих. Эту запись используем дальше как исходные данные для расчета токов: для каждой гармоники подставляем свою частоту и свое комплексное сопротивление цепи.

С учётом найденных амплитуд гармоник запишем напряжение в виде суммы постоянной составляющей и трёх синусоидальных гармоник:

Расчетное выражение приведено в формуле (2.7).

$$u(t) = 20 + 127.32 \sin(\omega t) + 42.44 \sin(3\omega t) + 25.46 \sin(5\omega t) \text{ (В)} \quad (2.7)$$

Построенные гармоники напряжения и суммарная кривая напряжения u , полученная в результате графического сложения отдельных гармоник, представлены на рисунке 2.2.

На графике проверяем, что суммарная кривая получается именно сложением всех составляющих напряжения. Далее этот же принцип применяем к току: сначала находим токи отдельных гармоник, а затем складываем их во временной области.

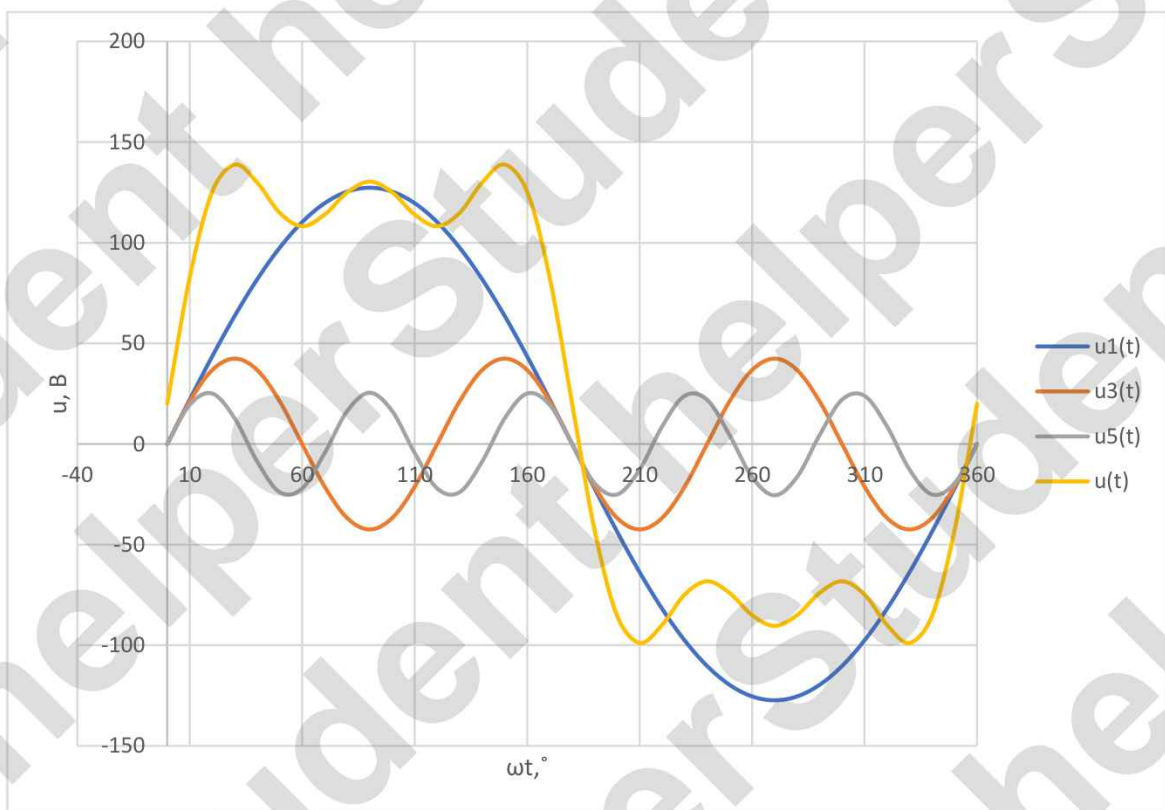


Рисунок 2.2 – График гармоник напряжения и суммарной кривой напряжения

Определим входное комплексное сопротивление и ток для нулевой гармоники. При $\omega = 0$ индуктивные элементы имеют нулевое сопротивление, а ёмкостные — бесконечно большое.

Для нулевой гармоники рассматриваем постоянную составляющую напряжения. При постоянном токе катушка индуктивности заменяется коротким замыканием, а конденсатор заменяется разрывом цепи. Поэтому сначала

проверяем, существует ли путь для постоянной составляющей тока от источника через цепь.

Так как в неразветвленном участке последовательно с источником стоит конденсатор $C1$, постоянная составляющая через цепь пройти не может. Поэтому вклад нулевой гармоники в общий ток равен нулю.

Так как конденсатор $C1$ включён последовательно с источником, при постоянной составляющей напряжения цепь оказывается разомкнутой.

Следовательно,

$$I_0=0, Z_0 \rightarrow \infty.$$

На рисунке 2.3 представлена схема электрической цепи для расчёта нулевой гармоники.

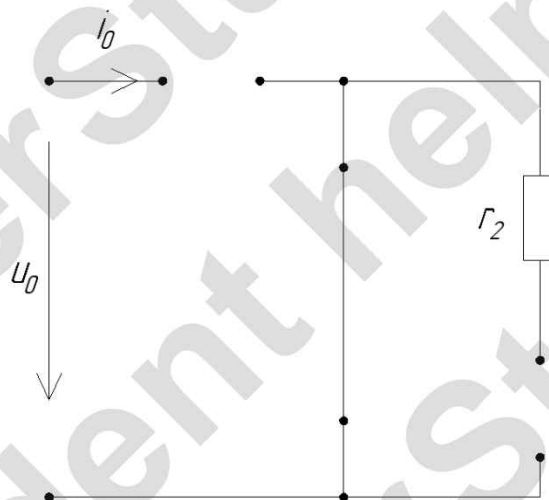


Рисунок 2.3 – Схема электрической цепи для расчёта нулевой гармоники

Комплексное сопротивление схемы для 1-й гармоники

По схеме: последовательно стоит $C1$, затем параллельно соединены катушка $L1$ и ветвь $r2-C2$.

Для первой гармоники принимаем частоту равной основной частоте ω . Емкостные сопротивления записываем со знаком минус в мнимой части, а индуктивное сопротивление записываем со знаком плюс. Сначала находим сопротивления отдельных ветвей, затем сворачиваем параллельное соединение и прибавляем последовательное сопротивление $C1$.

После получения входного сопротивления находим комплексный ток первой гармоники по закону Ома. При делении комплексного напряжения на комплексное сопротивление получаем одновременно амплитуду тока и его фазовый сдвиг относительно соответствующей гармоники напряжения.

Общее выражение для входного сопротивления первой гармоники:

Расчетные выражения приведены в формулах (2.8)-(2.10).

$$Z_1 = \frac{-j}{\omega C_1} + \frac{j\omega L_1 \cdot \left(r_2 - \frac{j}{\omega C_2}\right)}{j\omega L_1 + r_2 - \frac{j}{\omega C_2}} \quad (2.8)$$

$$Z_1 = \frac{-j}{1000 \cdot 40 \cdot 10^{(-6)}} + \frac{j \cdot 1000 \cdot 0,015 \cdot \left(20 - \frac{j}{1000 \cdot 30 \cdot 10^{(-6)}}\right)}{j \cdot 1000 \cdot 0,015 + 20 - \frac{j}{1000 \cdot 30 \cdot 10^{(-6)}}}$$

$$= 6,11 - j4,40 \text{ Ом} \quad (2.9)$$

$$Z_1 \approx 7,53 e^{-j35,7^\circ} \text{ Ом} \quad (2.10)$$

Комплексное значение тока первой гармоники

Расчетные выражения приведены в формулах (2.11)-(2.14).

$$\hat{I}_{1m} = \frac{\hat{U}_{1m}}{Z_1} \quad (2.11)$$

$$\hat{U}_{1m} = U_{(1m)} e^{(j0^\circ)} = 127,32 e^{(j0^\circ)} \text{ В} \quad (2.12)$$

$$\hat{I}_{1m} = \frac{127,32 e^{(j0^\circ)}}{7,53 e^{(-j35,7^\circ)}} = 16,91 e^{(j35,7^\circ)} \text{ А} \quad (2.13)$$

$$I_{1m} = 16,91 \text{ А} \quad (2.14)$$

Комплексное сопротивление схемы для 3-й гармоники

Общее выражение для входного сопротивления третьей гармоники:

Для третьей гармоники частота в три раза больше основной, поэтому в выражениях для реактивных сопротивлений вместо ω подставляем 3ω . Индуктивное сопротивление увеличивается в 3 раза, а емкостные сопротивления уменьшаются в 3 раза, поэтому входное сопротивление цепи становится другим.

Аналогично первой гармонике, после нахождения Z_3 находим ток третьей гармоники делением соответствующей гармоники напряжения на комплексное сопротивление цепи при частоте 3ω .

Расчетные выражения приведены в формулах (2.15)-(2.17).

$$Z_3 = \frac{-j}{3\omega C_1} + \frac{j3\omega L_1 \cdot \left(r_2 - \frac{j}{3\omega C_2}\right)}{j3\omega L_1 + r_2 - \frac{j}{3\omega C_2}} \quad (2.15)$$

$$Z_3 = \frac{-j}{3000 \cdot 40 \cdot 10^{(-6)}} + \frac{j \cdot 3000 \cdot 0,015 \cdot \left(20 - \frac{j}{3000 \cdot 30 \cdot 10^{(-6)}}\right)}{j \cdot 3000 \cdot 0,015 + 20 - \frac{j}{3000 \cdot 30 \cdot 10^{(-6)}}}$$

$$\approx 26,16 - j7,65 \text{ Ом} \quad (2.16)$$

$$Z_3 \approx 27,25 e^{-j16,3^\circ} \text{ Ом} \quad (2.17)$$

Ток третьей гармоники

Расчетные выражения приведены в формулах (2.18)-(2.21).

$$\hat{I}_{3m} = \frac{\hat{U}_{3m}}{Z_3} \quad (2.18)$$

$$\hat{U}_{3m} = U_{(3m)} e^{(j0^\circ)} = 42,44 e^{(j0^\circ)} \text{ В} \quad (2.19)$$

$$\hat{I}_{3m} = \frac{42,44 e^{(j0^\circ)}}{27,25 e^{(-j16,3^\circ)}} = 1,56 e^{(j16,3^\circ)} \text{ А} \quad (2.20)$$

$$I_{3m} \approx 1,56 \text{ А} \quad (2.21)$$

Комплексное сопротивление схемы для 5-й гармоники

Для пятой гармоники используем частоту 5ω . На этом шаге снова пересчитываем только реактивные сопротивления, а активное сопротивление r_2 остается неизменным, потому что оно не зависит от частоты.

Расчетные выражения приведены в формулах (2.22)-(2.24).

$$Z_5 = \frac{-j}{5\omega C_1} + \frac{j5\omega L_1 \cdot \left(r_2 - \frac{j}{5\omega C_2}\right)}{j5\omega L_1 + r_2 - \frac{j}{5\omega C_2}} \quad (2.22)$$

$$Z_5 = \frac{-j}{5000 \cdot 40 \cdot 10^{(-6)}} + \frac{j \cdot 5000 \cdot 0,015 \cdot \left(20 - \frac{j}{5000 \cdot 30 \cdot 10^{(-6)}}\right)}{j \cdot 5000 \cdot 0,015 + 20 - \frac{j}{5000 \cdot 30 \cdot 10^{(-6)}}} \quad (2.23)$$

$$Z_5 \approx 22.94 e^{-j14.7^\circ} \text{ Ом} \quad (2.24)$$

Ток пятой гармоники

Ток пятой гармоники находим тем же способом, что и для предыдущих гармоник. Полученные комплексные токи затем переводим во временную форму, чтобы сложить мгновенные значения токов разных частот.

Расчетные выражения приведены в формулах (2.25)-(2.28).

$$\hat{I}_{5m} = \frac{\hat{U}_{5m}}{Z_5} \quad (2.25)$$

$$\hat{U}_{5m} = U_{(5m)} e^{(j0^\circ)} = 25,46 e^{(j0^\circ)} \text{ В} \quad (2.26)$$

$$\hat{I}_{5m} = \frac{25,46 e^{(j0^\circ)}}{22,94 e^{(-j14,7^\circ)}} = 1,11 e^{(j14,7^\circ)} \text{ А} \quad (2.27)$$

$$I_{5m} \approx 1.11 \text{ А} \quad (2.28)$$

Мгновенное значение тока на неразветвлённом участке

На неразветвленном участке через источник протекает один общий ток. Так как цепь линейная, этот ток получаем сложением мгновенных токов первой, третьей и пятой гармоник. Нулевую гармонику в сумму не включаем, потому что ранее получили $I_0 = 0$.

Нулевая гармоника тока отсутствует ($I_0 = 0$), поэтому мгновенное значение тока запишем как сумму гармоник:

Расчетные выражения приведены в формулах (2.29) и (2.30).

$$I(t) = I_{1m} \sin(\omega t + \alpha_1) + I_{3m} \sin(3\omega t + \alpha_3) + I_{5m} \sin(5\omega t + \alpha_5) \quad (2.29)$$

$$I(t) = 16.91 \sin(\omega t + 35.7^\circ) + 1.56 \sin(3\omega t + 16.3^\circ) + 1.11 \sin(5\omega t + 14.7^\circ) \text{ А} \quad (2.30)$$

Действующее значение тока

Действующее значение несинусоидального тока находим квадратичным сложением действующих значений гармоник. Арифметически складывать эти токи

нельзя, потому что гармоники имеют разные частоты и взаимно ортогональны за период основной частоты.

Расчетные выражения приведены в формулах (2.31) и (2.32).

$$I = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{1m}^2}{2} + \frac{I_{3m}^2}{2} + \frac{I_{5m}^2}{2}} \quad (2.31)$$

$$I = \sqrt{\frac{16.91^2}{2} + \frac{1.56^2}{2} + \frac{1.11^2}{2}} = \sqrt{144.81} \approx 12.03 \text{ A} \quad (2.32)$$

Построим гармоники тока и суммарную кривую тока, полученную в результате графического сложения отдельных гармоник

Расчетное выражение приведено в формуле (2.33).

$$\dot{I}_{1m} = \frac{127,32e^{j0^\circ}}{7,53e^{-j35,7^\circ}} = 16,91e^{j35,7^\circ} \text{ A} \quad (2.33)$$

На рисунке 2.4 представлен график гармоник тока и суммарной кривой тока $i(t)$.

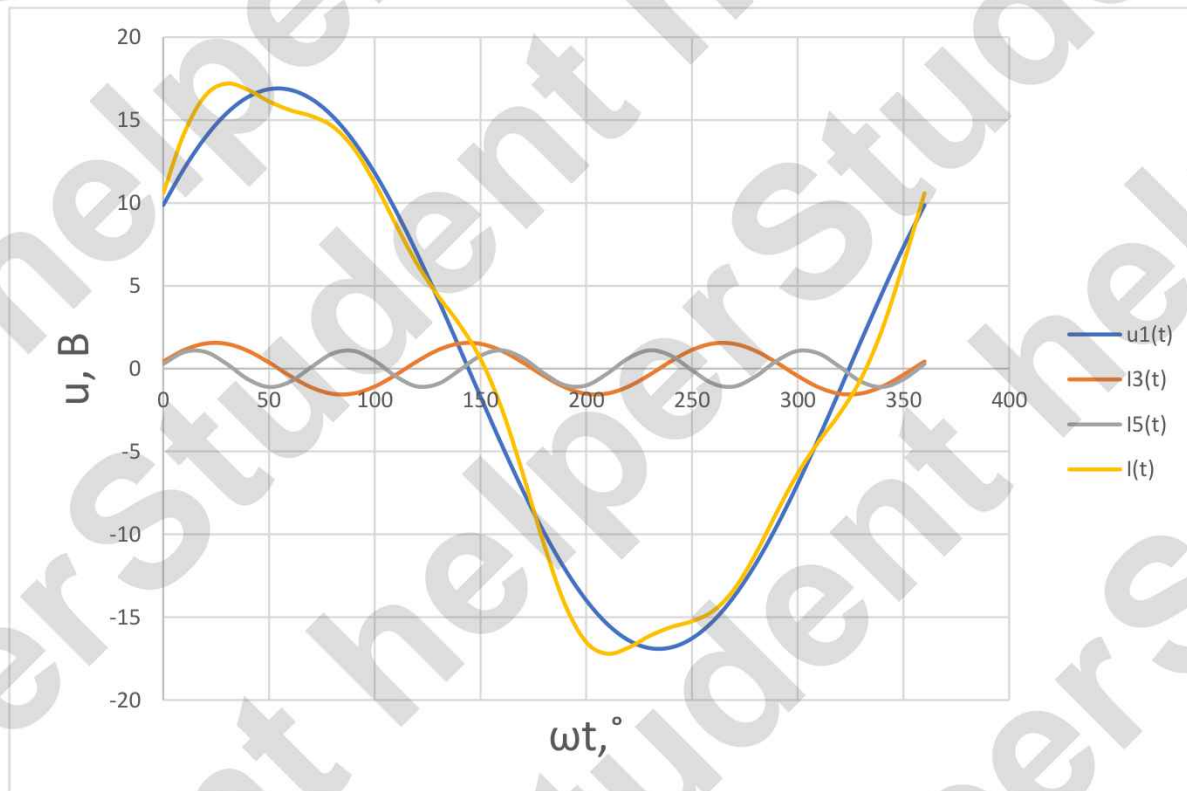


Рисунок 2.4 – График гармоник тока и суммарной кривой тока $i(t)$

Расчёт активной, реактивной и полной мощности

Мощность цепи при несинусоидальном режиме находим по гармоникам. Для каждой гармоники используем действующие значения напряжения и тока этой же частоты, а затем суммируем активные и реактивные мощности. Постоянная составляющая мощности в данном случае отсутствует, так как постоянная составляющая тока равна нулю.

Полную мощность после этого находим по активной и реактивной составляющим. Такой расчет позволяет проверить не только форму тока, но и энергетический режим цепи при несинусоидальном питании.

Расчетные выражения приведены в формулах (2.34) и (2.35).

$$S = UI \quad (2.34)$$

$$S = 98.64 \cdot 12.03 = 1186.97 \text{ ВА} \approx 1.19 \text{ кВА} \quad (2.35)$$

Активная мощность

Расчетные выражения приведены в формулах (2.36) и (2.37).

$$P = I_0 U_0 + \frac{I_{1m} U_{1m}}{2} \cos(\beta_1 - \alpha_1) + \frac{I_{3m} U_{3m}}{2} \cos(\beta_3 - \alpha_3) + \frac{I_{5m} U_{5m}}{2} \cos(\beta_5 - \alpha_5) \quad (2.36)$$

$$P = \frac{16.91 \cdot 127.32}{2} \cos(-35.7^\circ) + \frac{1.56 \cdot 42.44}{2} \cos(-16.3^\circ) + \frac{1.11 \cdot 25.46}{2} \cos(-14.7^\circ) =$$

Реактивная мощность

Расчетные выражения приведены в формулах (2.38) и (2.39).

$$Q = \frac{I_{1m} U_{1m}}{2} \sin(\beta_1 - \alpha_1) + \frac{I_{3m} U_{3m}}{2} \sin(\beta_3 - \alpha_3) + \frac{I_{5m} U_{5m}}{2} \sin(\beta_5 - \alpha_5) \quad (2.38)$$

$$Q = \frac{16.91 \cdot 127.32}{2} \sin(-35.7^\circ) + \frac{1.56 \cdot 42.44}{2} \sin(-16.3^\circ) + \frac{1.11 \cdot 25.46}{2} \sin(-14.7^\circ) =$$

3 Расчет симметричной трехфазной цепи при синусоидальном питающем напряжении

На рисунке 3.1 представлена схема симметричной трехфазной цепи 19 варианта.

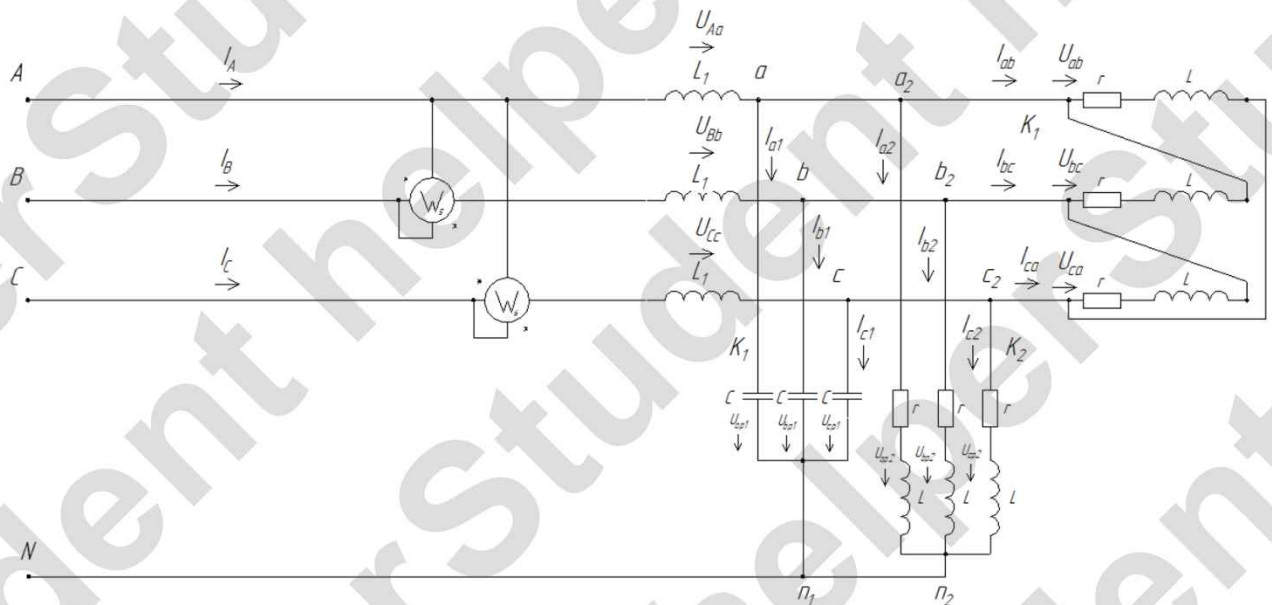


Рисунок 3.1 – Схема симметричной трехфазной цепи 19 варианта

Положения ключей: K1 – 3; K2 – 3; K3 – 3. Ваттметры: 5 и 6.

В таблице 3.1 приведены исходные данные для симметричной трехфазной цепи.

Таблица 3.1 – Исходные данные для симметричной трехфазной цепи

UAN, В	XL1, Ом	XC, Ом	r, Ом	XL, Ом
129	5	15	12	36

Так как все три ключа замкнуты и параметры фаз одинаковы, цепь рассматриваем как симметричную трехфазную цепь. Поэтому полный расчет выполняем для фазы А, а величины фаз В и С затем получаем поворотом векторов на углы $\pm 120^\circ$. Фазное напряжение генератора принимаем:

Расчетное выражение приведено в формуле (3.1).

$$\dot{U}_A = 129 \angle -30^\circ \text{ В} \quad (3.1)$$

Для симметричной трехфазной системы используем оператор поворота. Тогда формулы перехода от фазы А к фазам В и С имеют вид:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.2)-(3.6).

$$a = e^{(j120^\circ)} \quad (3.2)$$

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A \cdot e^{(-j120^\circ)} \quad (3.3)$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A \cdot e^{(j120^\circ)} \quad (3.4)$$

$$\dot{U}_B = \dot{U}_A \cdot e^{(-j120^\circ)} \quad (3.5)$$

$$\dot{U}_C = \dot{U}_A \cdot e^{(j120^\circ)} \quad (3.6)$$

Линейные напряжения источника также получаем из условия симметрии:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.7)-(3.9).

$$\dot{U}_{AB} = \sqrt{(3)} \cdot \dot{U}_{AN} = \sqrt{(3)} \cdot 129 = 223,45 \angle 0^\circ \text{ В} \quad (3.7)$$

$$\dot{U}_{BC} = \dot{U}_{AB} \cdot e^{(-j120^\circ)} = 223,45 \angle -120^\circ \text{ В} \quad (3.8)$$

$$\dot{U}_{CA} = \dot{U}_{AB} \cdot e^{(j120^\circ)} = 223,45 \angle 120^\circ \text{ В} \quad (3.9)$$

Часть нагрузки соединена треугольником, поэтому сначала заменяем ее эквивалентной звездой. Для симметричного треугольника сопротивление одной фазы эквивалентной звезды в три раза меньше сопротивления стороны треугольника:

Расчетное выражение приведено в формуле (3.10).

$$Z_\Delta^* = \frac{(r + jX_L)}{3} = \frac{(12 + j36)}{3} = 4 + j12 \text{ Ом} \quad (3.10)$$

После такой замены в одной фазе получаем три параллельные ветви нагрузки. Записываем их комплексные сопротивления: $Z_1 = 4 + j12 \text{ Ом}$; $Z_2 = 12 + j36 \text{ Ом}$; $Z_3 = -j15 \text{ Ом}$. Здесь ветвь Z_3 имеет емкостный характер, поэтому ее реактивная часть отрицательна.

На рисунке 3.2 представлена расчётная схема замещения одной фазы симметричной трёхфазной цепи.

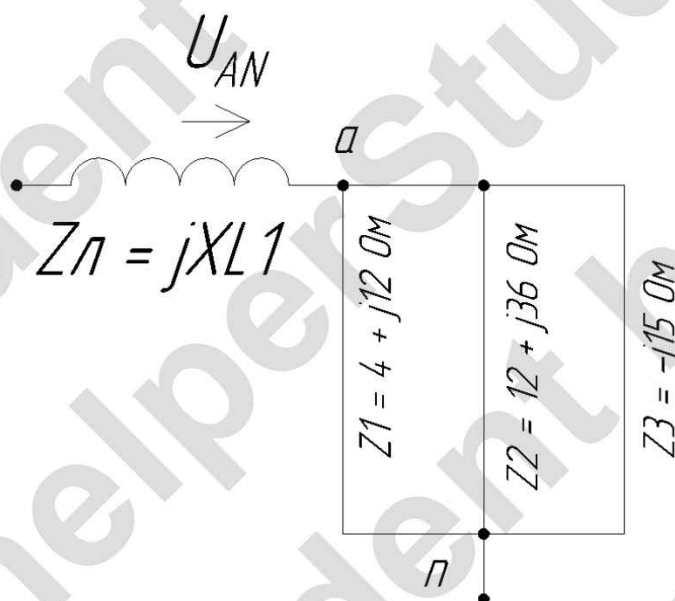


Рисунок 3.2 – Расчётная схема замещения одной фазы симметричной трёхфазной цепи

Эквивалентное сопротивление нагрузки фазы находим через сумму проводимостей параллельных ветвей:

Расчетное выражение приведено в формуле (3.11).

$$Z_H = \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right)^{(-1)} = 15 + j15 = 21,21 \angle 45,00^\circ \text{ Ом} \quad (3.11)$$

Далее учитываем индуктивное сопротивление линейного провода. Оно включено последовательно с эквивалентной нагрузкой фазы, поэтому полное фазное сопротивление находим сложением:

Расчетное выражение приведено в формуле (3.12).

$$Z_\phi = jX_{(L1)} + Z_H = j5 + 15 + j15 = 15 + j20 = 25,00 \angle 53,13^\circ \text{ Ом} \quad (3.12)$$

Линейный ток фазы А находим по закону Ома для комплексных величин:

Расчетное выражение приведено в формуле (3.13).

$$\dot{I}_A = \frac{\dot{U}_A}{Z_\phi} = \frac{129 \angle -30^\circ}{25,00 \angle 53,13^\circ} = 5,16 \angle -83,13^\circ \text{ А} \quad (3.13)$$

После этого находим падение напряжения на линейной индуктивности и напряжение непосредственно на нагрузке фазы А:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.14) и (3.15).

$$\dot{U}_{Aa} = \dot{I}_A \cdot jX_{(L1)} = 25,80 \angle 6,87^\circ \text{ В} \quad (3.14)$$

$$\dot{U}_a = \dot{I}_A \cdot Z_H = 109,46 \angle -38,13^\circ \text{ В} \quad (3.15)$$

Зная напряжение на нагрузке, находим токи в каждой параллельной ветви фазы А:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.16)-(3.18).

$$\dot{I}_{a1} = \frac{\dot{U}_a}{4 + j12} = 8,65 \angle -109,70^\circ \text{ А} \quad (3.16)$$

$$\dot{I}_{a2} = \frac{\dot{U}_a}{12 + j36} = 2,88 \angle -109,70^\circ \text{ А} \quad (3.17)$$

$$\dot{I}_{a3} = \frac{\dot{U}_a}{-j15} = 7,30 \angle 51,87^\circ \text{ А} \quad (3.18)$$

Так как исходная ветвь Z1 получена заменой треугольника звездой, возвращаемся к току стороны треугольника. Для симметричного треугольника фазный ток стороны в $\sqrt{3}$ раза меньше соответствующего линейного тока и сдвинут по фазе на 30° :

Расчетное выражение приведено в формуле (3.19).

$$\dot{I}_{ab} = \frac{\dot{I}_{a1}}{\sqrt{3}} \cdot e^{(j30^\circ)} = 5,00 \angle -79,70^\circ \text{ А} \quad (3.19)$$

Остальные токи треугольника получаем по формулам симметричного поворота:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.20) и (3.21).

$$\dot{I}_{bc} = \dot{I}_{ab} \cdot e^{(-j120^\circ)} = 5,00 \angle -199,70^\circ \text{ А} \quad (3.20)$$

$$\dot{I}_{ca} = \dot{I}_{ab} \cdot e^{(j120^\circ)} = 5,00 \angle 40,30^\circ \text{ А} \quad (3.21)$$

Так как режим симметричный, линейные токи остальных фаз не пересчитываем заново, а получаем из тока фазы А поворотом векторов:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.22) и (3.23).

$$\dot{I}_B = \dot{I}_A \cdot e^{(-j120^\circ)} = 5,16 \angle 156,87^\circ \text{ А} \quad (3.22)$$

$$\dot{I}_C = \dot{I}_A \cdot e^{(j120^\circ)} = 5,16 \angle 36,87^\circ \text{ А} \quad (3.23)$$

Тем же способом находим фазные напряжения нагрузки и соответствующие линейные напряжения:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.24) и (3.25).

$$\dot{U}_b = 109,46 \angle -158,13^\circ \text{ В}; \quad \dot{U}_c = 109,46 \angle 81,87^\circ \text{ В} \quad (3.24)$$

$$\dot{U}_{ab} = 189,59 \angle -8,13^\circ \text{ В}; \quad \dot{U}_{bc} = 189,59 \angle -128,13^\circ \text{ В}; \quad \dot{U}_{ca} = 189,59 \angle 111,87^\circ \text{ В} \quad (3.25)$$

Баланс мощностей составляем для проверки правильности расчета. Сначала находим комплексную мощность источника:

Расчетное выражение приведено в формуле (3.26).

$$S_{(\text{ист})} = 3 \cdot \dot{U}_A \cdot (\dot{I})_A^* = 1198,15 + j1597,54 \text{ ВА} \quad (3.26)$$

Затем отдельно находим мощность, потребляемую активными сопротивлениями нагрузки, и реактивную мощность ветвей нагрузки:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.27) и (3.28).

$$P_{(\text{потр})} = 3 \cdot (4I_{(a1)}^2 + 12I_{(a2)}^2) = 1198,15 \text{ Вт} \quad (3.27)$$

$$Q_{(\text{нагр})} = 3 \cdot (12I_{(a1)}^2 + 36I_{(a2)}^2 - 15I_{(a3)}^2) = 1198,15 \text{ вар} \quad (3.28)$$

Реактивную мощность линейных индуктивностей учитываем отдельно, потому что они включены последовательно с нагрузкой:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.29) и (3.30).

$$Q_{(\text{лин})} = 3 \cdot X_{(L1)} \cdot I_A^2 = 399,38 \text{ вар} \quad (3.29)$$

$$Q_{(\text{потр})} = Q_{(\text{нагр})} + Q_{(\text{лин})} = 1597,54 \text{ вар} \quad (3.30)$$

Получаем совпадение мощностей источника и приемников: $P_{\text{ист}} = P_{\text{потр}} = 1198,15 \text{ Вт}$; $Q_{\text{ист}} = Q_{\text{нагр}} + Q_{\text{лин}} = 1597,54 \text{ вар}$. Значит, расчет токов и напряжений согласуется с балансом мощности.

Показания ваттметров находим по формулам метода двух ваттметров:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.31) и (3.32).

$$P_{(W5)} = \frac{P}{2} + \frac{Q}{2\sqrt{(3)}} = 1060,24 \text{ Вт} \quad (3.31)$$

$$P_{(W6)} = \frac{P}{2} - \frac{Q}{2\sqrt{(3)}} = 137,91 \text{ Вт} \quad (3.32)$$

Сумма показаний ваттметров совпадает с активной мощностью трехфазной цепи:

Расчетное выражение приведено в формуле (3.33).

$$P_{(W5)} + P_{(W6)} = 1198,15 \text{ Вт} = P \quad (3.33)$$

Для построения векторной диаграммы выбираем два масштаба, так как на диаграмме откладываем и напряжения, и токи:

Расчетное выражение приведено в формуле (3.34).

$$m_U = 50 \text{ В/см}; \quad m_I = 2 \text{ А/см} \quad (3.34)$$

Длины основных векторов напряжения на диаграмме находим по формуле:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.35)-(3.39).

$$l_U = \frac{U}{m_U} \quad (3.35)$$

$$l(\dot{U}_A) = \frac{129}{50} = 2,58 \text{ см} \quad (3.36)$$

$$l(\dot{U}_a) = \frac{109,46}{50} = 2,19 \text{ см} \quad (3.37)$$

$$l(\dot{U}_{ab}) = \frac{189,59}{50} = 3,79 \text{ см} \quad (3.38)$$

$$l(\dot{U}_{AB}) = \frac{223,45}{50} = 4,47 \text{ см} \quad (3.39)$$

Длины основных векторов тока находим по формуле:

Расчетные выражения приведены в формулах (3.40)-(3.45).

$$l_I = \frac{I}{m_I} \quad (3.40)$$

$$l(\dot{I}_A) = \frac{5,16}{2} = 2,58 \text{ см} \quad (3.41)$$

$$l(\dot{I}_{a1}) = \frac{8,65}{2} = 4,33 \text{ см} \quad (3.42)$$

$$l(\dot{I}_{a2}) = \frac{2,88}{2} = 1,44 \text{ см} \quad (3.43)$$

$$l(\dot{I}_{a3}) = \frac{7,30}{2} = 3,65 \text{ см} \quad (3.44)$$

$$l(i_{ab}) = \frac{5,00}{2} = 2,50\text{cm} \quad (3.45)$$

На рисунке 3.3 представлена векторная диаграмма токов и напряжений симметричной трехфазной цепи.

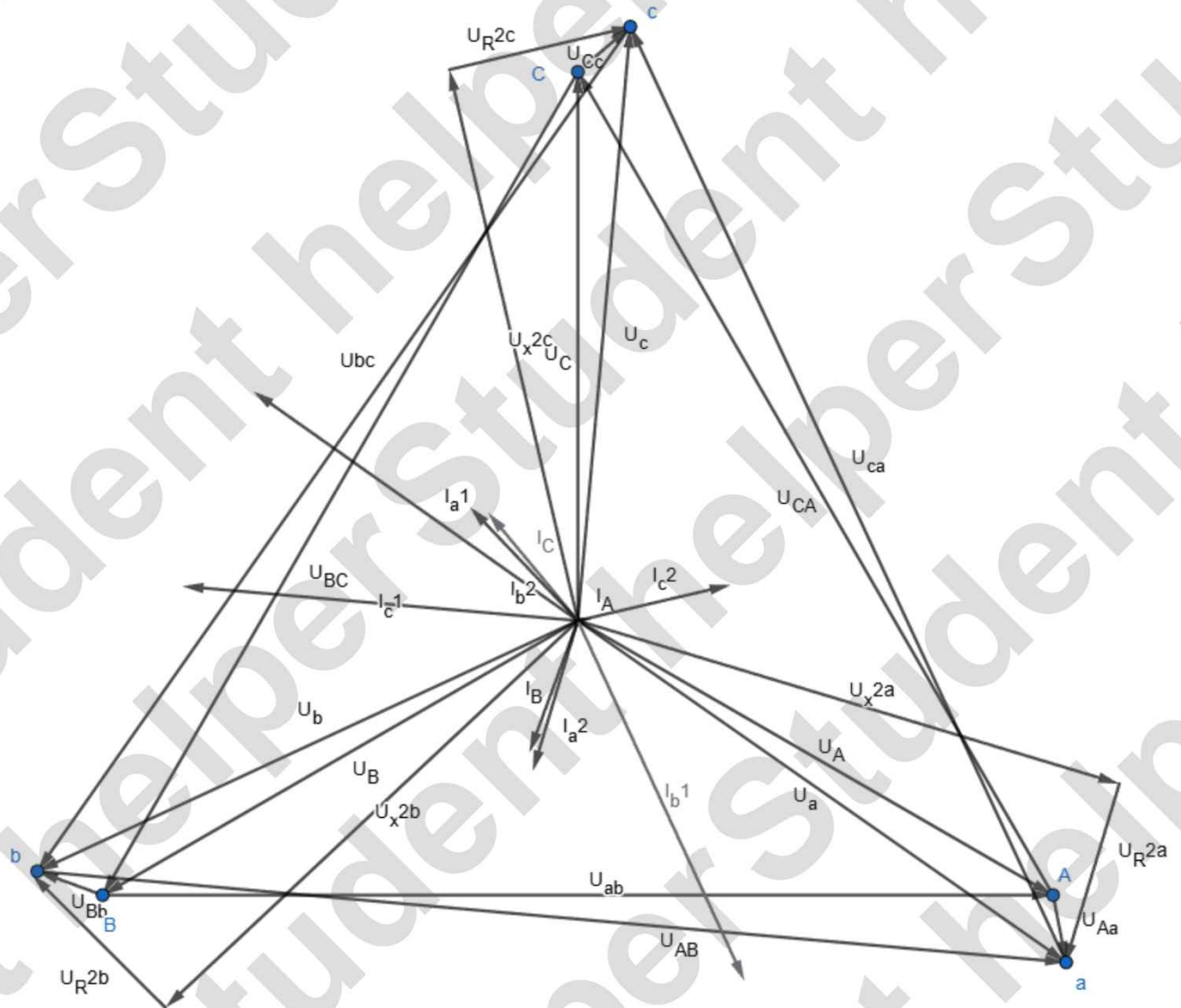


Рисунок 3.3 – Векторная диаграмма токов и напряжений симметричной трехфазной цепи

4 Расчет несимметричной трехфазной цепи

Положения ключей: К1 – 3; К2 – Р; К3 – 3.

В таблице 4.1 приведены исходные данные для несимметричной трехфазной цепи.

Таблица 4.1 – Исходные данные для несимметричной трехфазной цепи

UAN, В	β , °	XL1, Ом	XC, Ом	r, Ом	XL, Ом
129	0	4	10	7	25

На рисунке 4.1 представлена несимметричная трехфазная цепь вариант 19.

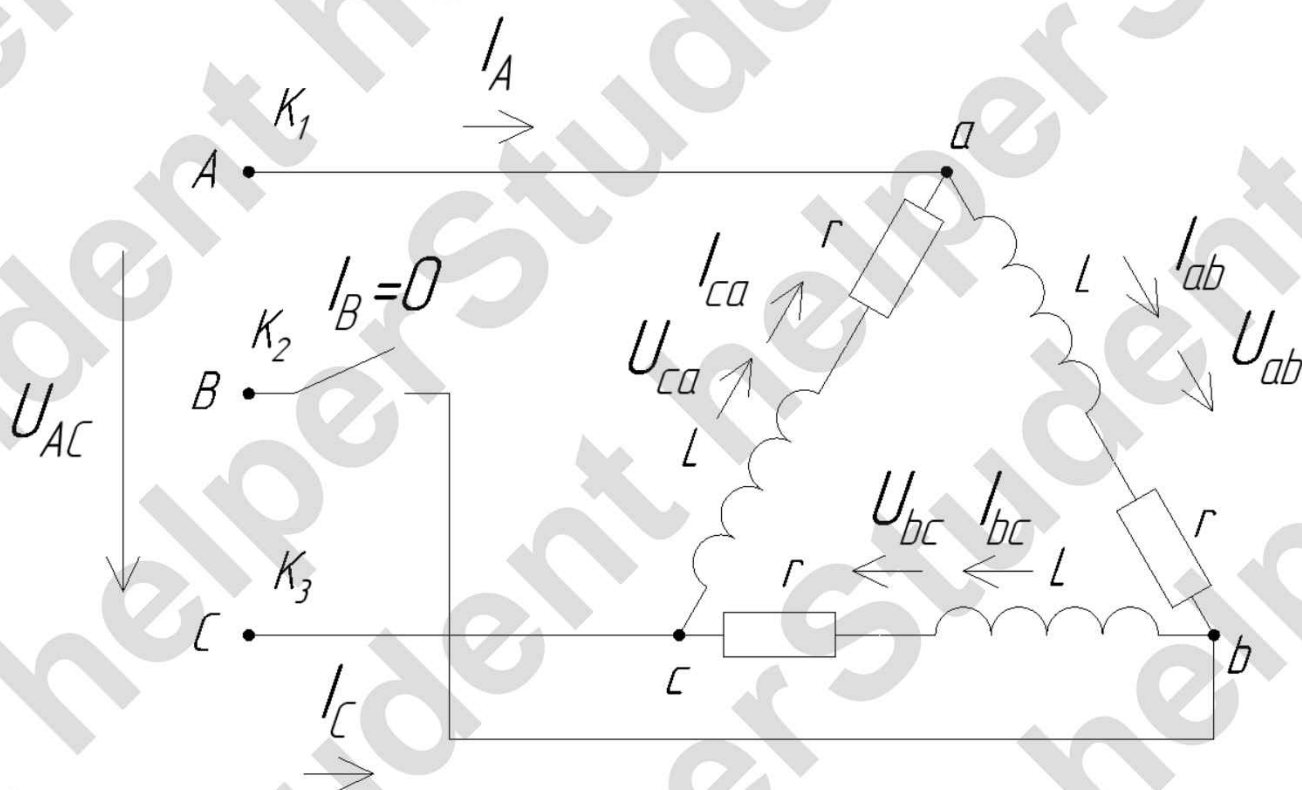


Рисунок 4.1 – Несимметричная трехфазная цепь вариант 19

По уточненной схеме раздела 4 каждая сторона треугольника содержит последовательно соединенные активное сопротивление r и индуктивность L . Поэтому для каждой ветви используем одно и то же комплексное сопротивление:

Расчетное выражение приведено в формуле (4.1).

$$Z = r + jX_L = 7 + j25 = 25,96 \angle 74,36^\circ \text{ Ом} \quad (4.1)$$

Ключи имеют положения К1 – замкнут, К2 – разомкнут, К3 – замкнут. Следовательно, к источнику подключены только линии А и С, а линия В от источника отключена. Узел b при этом не исчезает из схемы, а становится внутренним узлом треугольника нагрузки.

Фазные ЭДС генератора принимаем в симметричной системе:

Расчетные выражения приведены в формулах (4.2)-(4.4).

$$\dot{E}_A = 129 \angle 0^\circ \text{В} \quad (4.2)$$

$$\dot{E}_B = 129 \angle -120^\circ \text{В} \quad (4.3)$$

$$\dot{E}_C = 129 \angle 120^\circ \text{В} \quad (4.4)$$

Так как к нагрузке реально подведены линии А и С, сначала находим межфазное напряжение между подключенными проводами:

Расчетное выражение приведено в формуле (4.5).

$$\dot{U}_{AC} = \dot{E}_A - \dot{E}_C = 223,43 \angle -30^\circ \text{В} \quad (4.5)$$

Далее анализируем распределение напряжений в треугольнике. Ветви ab и bc имеют одинаковые сопротивления и соединены последовательно между точками а и с через внутренний узел b. Поэтому найденное напряжение делится между ними поровну:

Расчетное выражение приведено в формуле (4.6).

$$\dot{U}_{ab} = \dot{U}_{bc} = \frac{\dot{U}_{AC}}{2} = 111,72 \angle -30^\circ \text{В} \quad (4.6)$$

Ветвь са подключена непосредственно между точками с и а, поэтому напряжение на ней равно напряжению между этими точками с противоположным направлением отсчета:

Расчетное выражение приведено в формуле (4.7).

$$\dot{U}_{ca} = \dot{E}_C - \dot{E}_A = 223,43 \angle 150^\circ \text{В} \quad (4.7)$$

После определения напряжений на сторонах треугольника находим фазные токи нагрузки по закону Ома:

Расчетные выражения приведены в формулах (4.8)-(4.10).

$$i_{ab} = \frac{\dot{U}_{ab}}{Z} = 4,30 \angle -104,36^\circ \text{A} \quad (4.8)$$

$$i_{bc} = \frac{\dot{U}_{bc}}{Z} = 4,30 \angle -104,36^\circ \text{A} \quad (4.9)$$

$$i_{ca} = \frac{\dot{U}_{ca}}{Z} = 8,61 \angle 75,64^\circ \text{A} \quad (4.10)$$

Линейные токи находим по первому закону Кирхгофа для узлов а, b и с. В каждой линии ток равен алгебраической сумме токов ветвей, которые сходятся в соответствующем узле:

Расчетные выражения приведены в формулах (4.11)-(4.13).

$$i_A = i_{ab} - i_{ca} = 12,91 \angle -104,36^\circ \text{A} \quad (4.11)$$

$$i_B = i_{bc} - i_{ab} = 0 \text{A} \quad (4.12)$$

$$i_C = i_{ca} - i_{bc} = 12,91 \angle 75,64^\circ \text{A} \quad (4.13)$$

Полученное нулевое значение тока линии В подтверждает исходное положение ключа К2: линия В отключена от источника, поэтому внешний линейный ток по ней не протекает.

Далее находим активные мощности ветвей. Так как активная мощность выделяется только на сопротивлениях r , используем выражение $P = I^2 r$ для каждой ветви:

Расчетные выражения приведены в формулах (4.14)-(4.16).

$$P_{(ab)} = P_{(bc)} = I_{(ab)}^2 \cdot r = 129,62 \text{Вт} \quad (4.14)$$

$$P_{(ca)} = I_{(ca)}^2 \cdot r = 518,49 \text{Вт} \quad (4.15)$$

$$P_\Sigma = 777,73 \text{Вт} \quad (4.16)$$

Реактивные мощности ветвей находим по индуктивным сопротивлениям X_L :

Расчетные выражения приведены в формулах (4.17)-(4.19).

$$Q_{(ab)} = Q_{(bc)} = I_{(ab)}^2 \cdot X_L = 462,94 \text{вар} \quad (4.17)$$

$$Q_{(ca)} = I_{(ca)}^2 \cdot X_L = 1851,73 \text{вар} \quad (4.18)$$

$$Q_\Sigma = 2777,61 \text{вар} \quad (4.19)$$

Полную мощность и коэффициент мощности находим по суммарным активной и реактивной составляющим:

Расчетные выражения приведены в формулах (4.20) и (4.21).

$$S_{\Sigma} = \sqrt{(P_{\Sigma}^2 + Q_{\Sigma}^2)} = 2884,44 \text{ ВА} \quad (4.20)$$

$$\cos \varphi = \frac{P_{\Sigma}}{S_{\Sigma}} = 0,270 \quad (4.21)$$

Для проверки расчета составляем баланс мощности по источнику. Комплексную мощность находим через фазные ЭДС подключенных источников и сопряженные линейные токи:

Расчетное выражение приведено в формуле (4.22).

$$S_{(\text{ист})} = \dot{E}_A \cdot (\dot{I})_A^* + \dot{E}_C \cdot (\dot{I})_C^* = 777,73 + j2777,61 \text{ ВА} \quad (4.22)$$

Комплексная мощность источника совпадает с суммой мощностей ветвей нагрузки, поэтому расчет несимметричного режима выполнен согласованно.

В завершение находим падения напряжения на активных и индуктивных элементах каждой ветви. Для сопротивления используем $U_R = I \cdot r$, для индуктивности используем $U_L = I \cdot jX_L$:

Расчетные выражения приведены в формулах (4.23)-(4.26).

$$\dot{U}_{Rab} = \dot{U}_{Rbc} = 30,12 \angle -104,36^\circ \text{ В} \quad (4.23)$$

$$\dot{U}_{Lab} = \dot{U}_{Lbc} = 107,58 \angle -14,36^\circ \text{ В} \quad (4.24)$$

$$\dot{U}_{Rca} = 60,24 \angle 75,64^\circ \text{ В} \quad (4.25)$$

$$\dot{U}_{Lca} = 215,16 \angle 165,64^\circ \text{ В} \quad (4.26)$$

Для построения векторной диаграммы несимметричной цепи выбираем масштабы:

Расчетное выражение приведено в формуле (4.27).

$$m_U = 50 \text{ В/см}; \quad m_I = 5 \text{ А/см} \quad (4.27)$$

Длины векторов напряжений находим по выбранному масштабу:

Расчетные выражения приведены в формулах (4.28)-(4.30).

$$l(\dot{U}_{AC}) = \frac{223,43}{50} = 4,47 \text{ см} \quad (4.28)$$

$$l(\dot{U}_{ab}) = l(\dot{U}_{bc}) = \frac{111,72}{50} = 2,23\text{см} \quad (4.29)$$

$$l(\dot{U}_{ca}) = \frac{223,43}{50} = 4,47\text{см} \quad (4.30)$$

Длины векторов токов находим по выбранному масштабу. Вектор тока линии В не откладываем, так как его длина равна нулю:

Расчетные выражения приведены в формулах (4.31)-(4.33).

$$l(i_A) = l(i_C) = \frac{12,91}{5} = 2,58\text{см} \quad (4.31)$$

$$l(i_{ab}) = l(i_{bc}) = \frac{4,30}{5} = 0,86\text{см} \quad (4.32)$$

$$l(i_{ca}) = \frac{8,61}{5} = 1,72\text{см} \quad (4.33)$$

На рисунке 4.2 представлена векторная диаграмма токов и напряжений несимметричной трехфазной цепи.

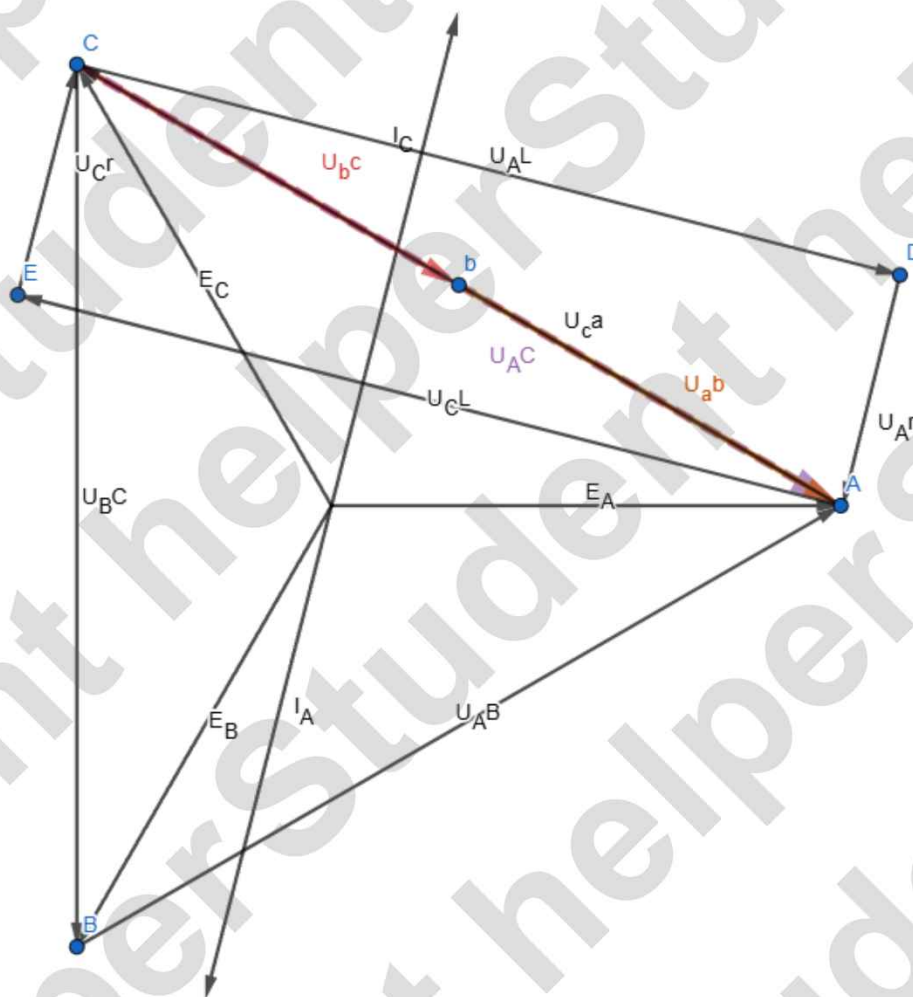


Рисунок 4.2 – Векторная диаграмма токов и напряжений несимметричной трехфазной цепи

5 Расчёт в переходном режиме классическим методом закона изменения $u_C(t)$ в цепи с двумя накопителями энергии.

На рисунке 5.1 представлена схема для расчёта переходного режима.

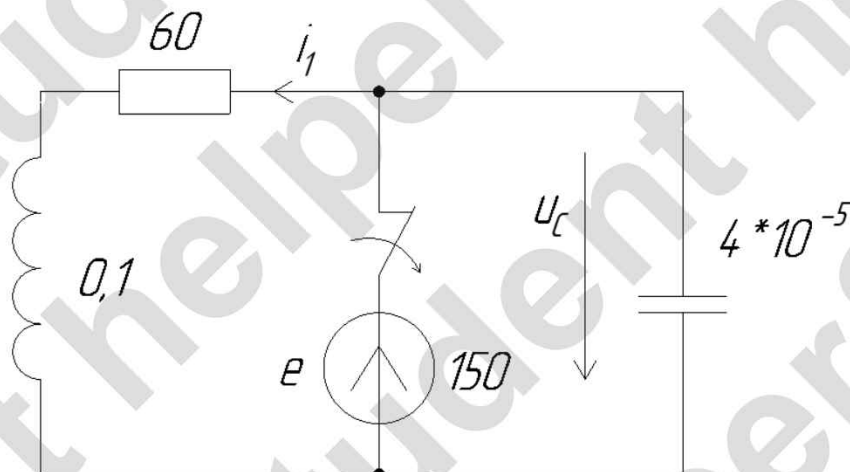


Рисунок 5.1 – Схема для расчёта переходного режима

В схеме действует источник постоянного напряжения (тока). Параметры элементов указаны в системе СИ.

Рассчитать закон изменения $u_C(t)$, построить зависимости принужденной, свободной составляющих и результирующий закон изменения рассчитанной функции от времени.

Расчет переходного процесса выполняем классическим методом. Для этого последовательно находим установившийся режим до коммутации, составляем уравнения цепи после коммутации, определяем принужденную и свободную составляющие, а затем используем начальные условия для нахождения постоянных интегрирования.

Искомой величиной принимаем напряжение на конденсаторе $u_C(t)$. Так как в цепи есть два накопителя энергии, независимыми начальными условиями являются напряжение на конденсаторе и ток через индуктивность в момент коммутации.

Установившийся режим до коммутации

Сначала рассматриваем режим при $t < 0$. До коммутации источник действует достаточно долго, поэтому переходный процесс уже закончился и цепь находится

в установившемся состоянии. Для постоянного напряжения катушку индуктивности заменяем коротким замыканием, а конденсатор заменяем разрывом цепи.

По схеме до коммутации находим значения $u_C(0^-)$ и $i_L(0^-)$. Эти величины нужны дальше, потому что энергия в емкости и индуктивности не может измениться скачком.

На рисунке 5.2 представлена схема до коммутации.

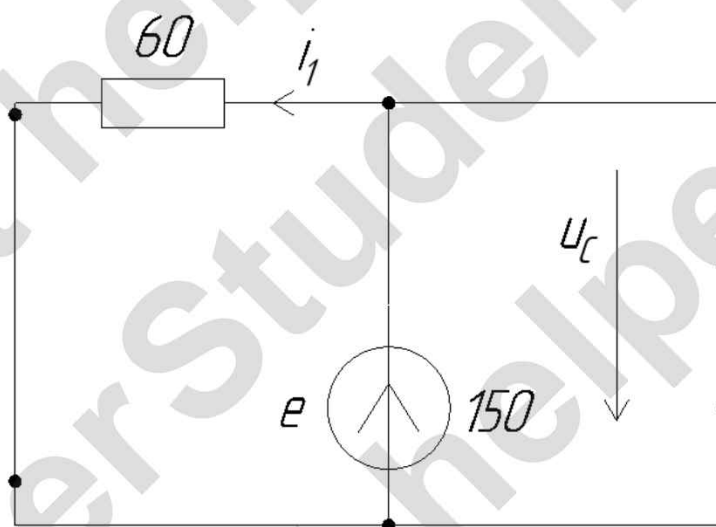


Рисунок 5.2 – Схема до коммутации

До коммутации ток через индуктивность совпадает с током в единственной замкнутой ветви. Поэтому сразу записываем начальное значение именно для тока индуктивности:

Расчетное выражение приведено в формуле (5.1).

$$i_L(0^-) = \frac{E}{R} = \frac{150}{60} = 2,5\text{A} \quad (5.1)$$

Если на схеме этот ток обозначен как i_1 , то $i_1(0^-) = i_L(0^-)$. После коммутации ток индуктивности не может измениться скачком, поэтому по закону коммутации:

Расчетное выражение приведено в формуле (5.2).

$$i_L(0^+) = i_L(0^-) = 2,5\text{A} \quad (5.2)$$

Напряжение на конденсаторе также не может измениться скачком. До коммутации оно равно напряжению источника, следовательно:

Расчетное выражение приведено в формуле (5.3).

$$u_C(0^-) = E = 150\text{В}; \quad u_C(0^+) = u_C(0^-) = 150\text{В} \quad (5.3)$$

После коммутации составляем систему дифференциальных уравнений по законам Кирхгофа для нового состояния цепи. В качестве переменных используем напряжение на конденсаторе $u_C(t)$ и ток через индуктивность $i_L(t)$, потому что именно эти величины связаны с запасенной энергией.

На рисунке 5.3 представлена схема после коммутации.

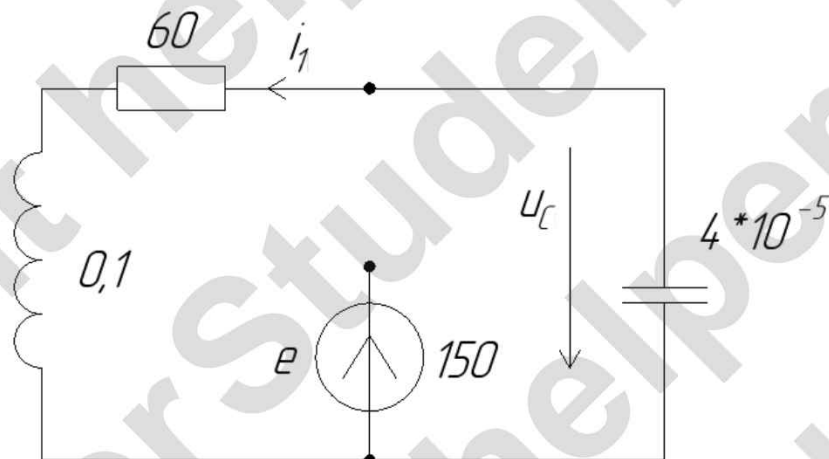


Рисунок 5.3 – Схема после коммутации

При составлении уравнений учитываем связи элементов: ток конденсатора выражаем через производную напряжения $i_C = C \cdot du_C/dt$, а напряжение на индуктивности выражаем через производную тока $u_L = L \cdot di_L/dt$. Поэтому система уравнений описывает изменение $u_C(t)$ и $i_L(t)$ после переключения.

Расчетные выражения приведены в формулах (5.4)-(5.8).

$$i_1 = i_C = i_L \quad (5.4)$$

$$i_1 = C \frac{du_C}{dt} \quad (5.5)$$

$$u_L = L \frac{di_1}{dt} \quad (5.6)$$

$$u_R = Ri_1 \quad (5.7)$$

$$u_R + u_L + u_C = 0 \quad (5.8)$$

Затем находим принужденные составляющие искомых токов и напряжений из нового установившегося режима при $t \rightarrow \infty$. В этом режиме свободная составляющая уже затухает, поэтому снова заменяем катушку коротким замыканием, а конденсатор разрывом цепи.

На рисунке 5.4 представлена схема после коммутации (новый установившийся режим).

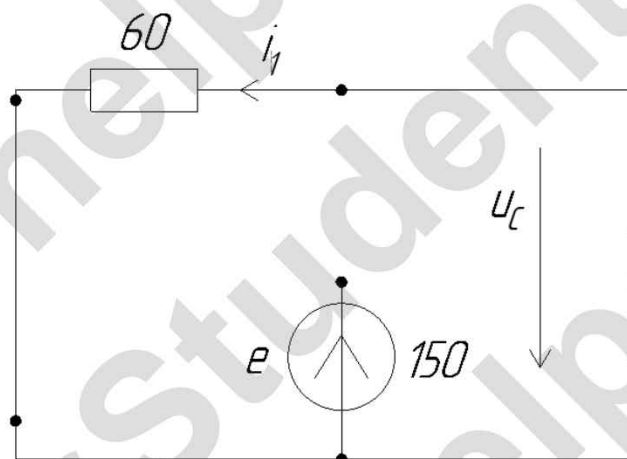


Рисунок 5.4 – Схема после коммутации (новый установившийся режим)

Полученные принужденные значения используем как предельные значения функции $u_C(t)$. Это позволяет отделить постоянную часть решения от свободной составляющей, которая зависит только от собственных параметров цепи.

Расчетное выражение приведено в формуле (5.9).

$$i_{1\text{пр}} = 0, \quad i_{C\text{пр}} = 0, \quad u_{C\text{пр}} = 0 \quad (5.9)$$

Характеристическое уравнение

Свободную составляющую ищем в показательной форме. Для этого в однородную систему уравнений подставляем решение вида $e^{p \cdot t}$ и получаем характеристическое уравнение относительно p . Корни этого уравнения показывают, как быстро и по какому закону затухает переходный процесс.

Расчетные выражения приведены в формулах (5.10)-(5.13).

$$LCp^2 + RCp + 1 = 0 \quad (5.10)$$

$$4 \cdot 10^{-6}p^2 + 2,4 \cdot 10^{-3}p + 1 = 0 \quad (5.11)$$

$$p^2 + 600p + 250000 = 0 \quad (5.12)$$

$$p_{1,2} = -300 \pm j400 \quad (5.13)$$

По корням характеристического уравнения делаем вывод, что режим является колебательным. Корни имеют вид $p_{1,2} = -300 \pm j400$, то есть действительная часть отрицательна, а мнимая часть отлична от нуля. Значит, свободная составляющая представляет собой затухающие колебания.

Независимые начальные условия

Независимые начальные условия переносим через момент коммутации по законам коммутации. Напряжение на конденсаторе не изменяется скачком, поэтому $u_C(0^+) = u_C(0^-)$. Ток через индуктивность также не изменяется скачком, поэтому $i_L(0^+) = i_L(0^-)$.

Расчетное выражение приведено в формуле (5.14).

$$i_L(0^+) = 2,5 \text{ A}, \quad u_C(0^+) = 150 \text{ В} \quad (5.14)$$

Нахождение постоянных

Общий закон изменения напряжения на конденсаторе записываем как сумму принужденной и свободной составляющих. Постоянные свободной составляющей находим из начального значения $u_C(0^+)$ и начального значения производной du_C/dt при $t = 0^+$.

Производную в начальный момент находим из уравнений схемы после коммутации. После подстановки начальных условий получаем систему алгебраических уравнений для постоянных интегрирования и решаем ее.

Расчетные выражения приведены в формулах (5.15)-(5.23).

$$u_{C\text{св}}(t) = e^{-300t}(A \cos(400t) + B \sin(400t)) \quad (5.15)$$

$$u_C(t) = u_{C\text{св}}(t) \quad (5.16)$$

$$u_C(0^+) = A \quad (5.17)$$

$$u'_C(0^+) = \frac{i(0^+)}{C} \quad (5.18)$$

$$\frac{du_C}{dt}(0^+) = \frac{2,5}{4 \cdot 10^{-5}} = 62500 \text{ В/с} \quad (5.19)$$

$$\frac{du_C}{dt}(0^+) = -300A + 400B$$

$$-300A + 400B = 62500 \quad (5.20)$$

$$A = 150 \quad (5.21)$$

$$B = 268,75 \quad (5.22)$$

$$u_c(t) = e^{-300t}(150 \cos(400t) + 268,75 \sin(400t)) \quad (5.23)$$

Время переходного процесса. Для корней $p_{1,2} = -300 \pm j400$ коэффициент затухания $\delta = 300 \text{ с}^{-1}$.

Коэффициент затухания берем из действительной части корней характеристического уравнения:

Расчетные выражения приведены в формулах (5.24) и (5.25).

$$\delta = 300 \text{ с}^{-1}; \quad \omega_{\text{св}} = 400 \text{ с}^{-1} \quad (5.24)$$

$$p_{1,2} = -\delta \pm j\omega_{\text{св}} = -300 \pm j400 \quad (5.25)$$

Время переходного процесса оцениваем по коэффициенту затухания. Чем больше δ , тем быстрее уменьшается свободная составляющая. Для инженерной оценки принимаем, что переходный процесс практически заканчивается через несколько постоянных времени.

Расчетное выражение приведено в формуле (5.26).

$$t_{(\text{п.п.})} = \frac{5}{\delta} = \frac{5}{300} = 0,0167 \text{ с} \quad (5.26)$$

На рисунке 5.5 представлен график $u_c(t)$.

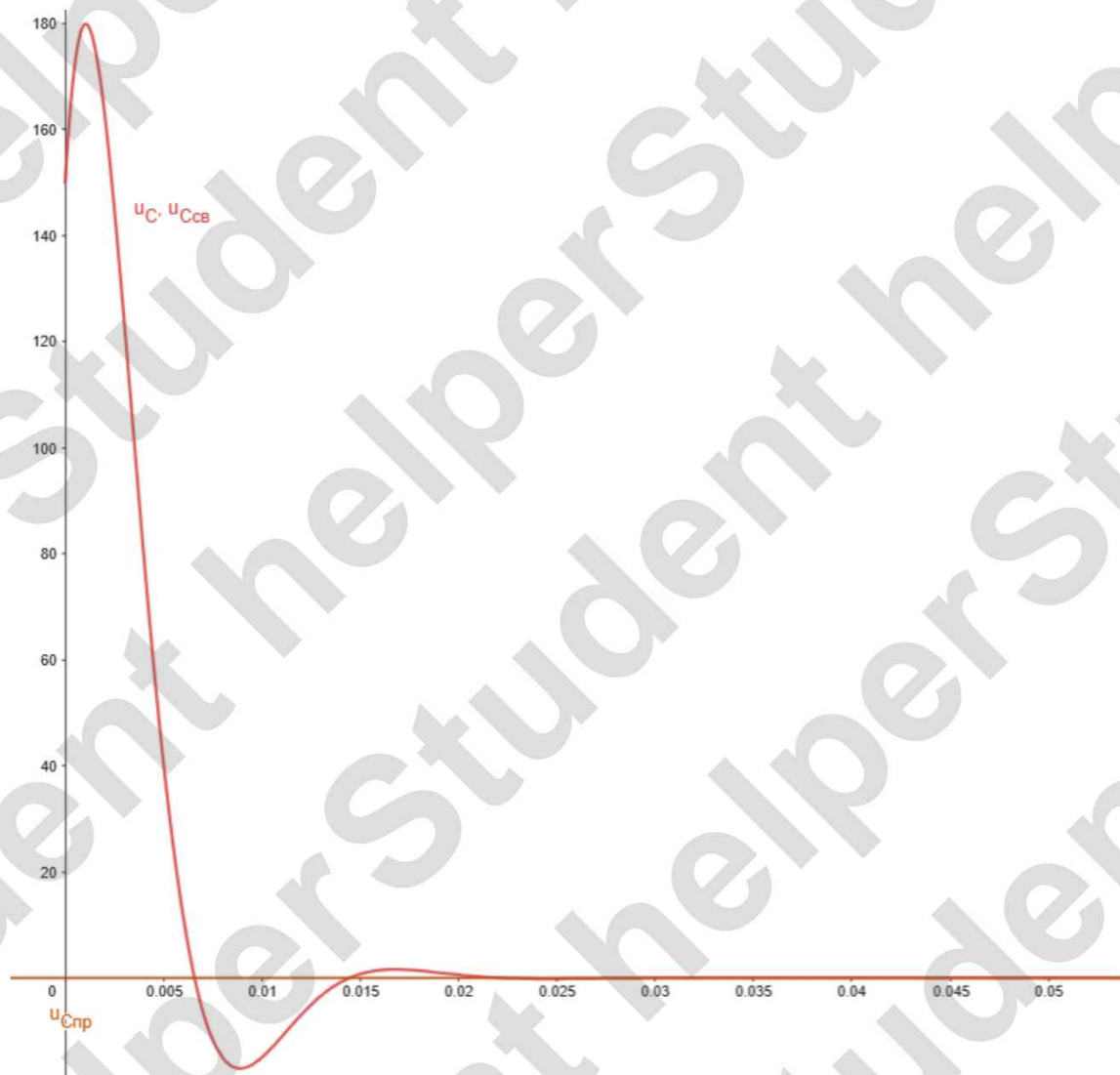


Рисунок 5.5 – График $u_c(t)$

На графике показываем принужденную составляющую, свободную составляющую и результирующее напряжение $u_c(t)$. По виду кривой проверяем полученный аналитический результат: напряжение стремится к принужденному значению, а свободная составляющая постепенно затухает.

6. Определение в цепи с двумя накопителями энергии независимых начальных условий.

На рисунке 6.1 представлена схема для расчёта цепи с источником синусоидального напряжения.

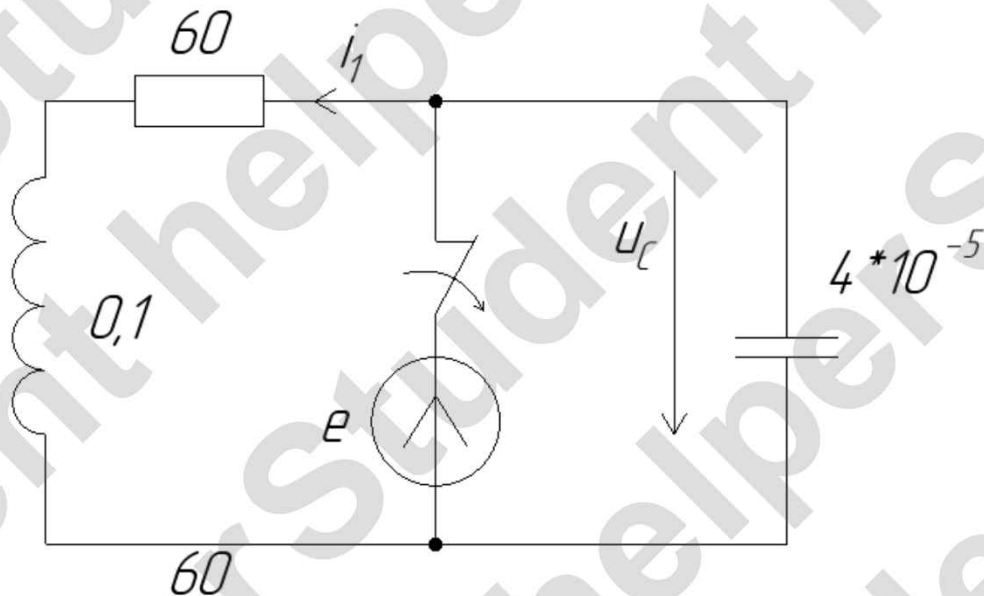


Рисунок 6.1 – Схема для расчёта цепи с источником синусоидального напряжения

В схеме действует источник синусоидального напряжения (тока).

Определить независимые начальные условия переходного процесса.

В этом разделе начальные условия находим для цепи с синусоидальным источником. До коммутации цепь находится в установившемся синусоидальном режиме, поэтому сначала рассчитываем комплексные амплитуды тока и напряжений, а затем переходим от комплексной формы к мгновенным значениям при $t = 0-$.

Расчетное выражение приведено в формуле (6.1).

$$e(t) = 150 \sin(800t - 36,9^\circ) \quad (6.1)$$

На рисунке 6.2 представлена схема до коммутации.

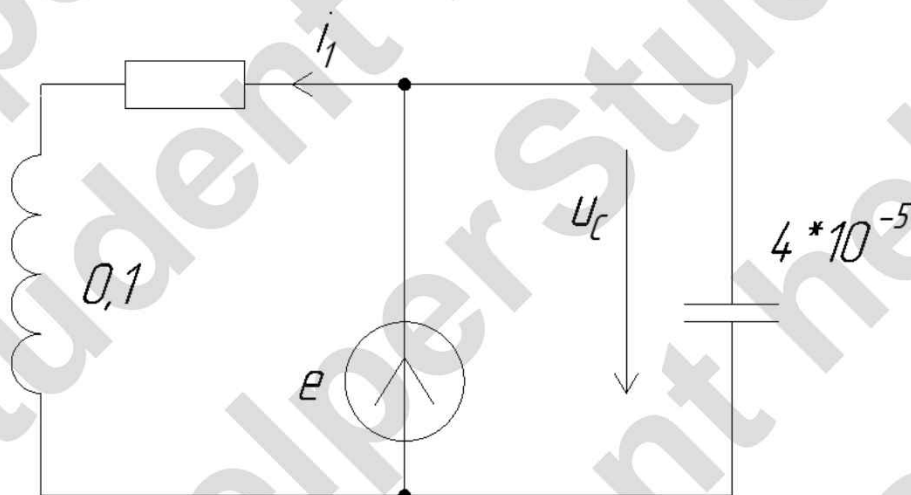


Рисунок 6.2 - Схема до коммутации

При синусоидальном режиме используется комплексный метод расчета.

Комплексный метод используем потому, что все напряжения и токи в установившемся синусоидальном режиме имеют одну и ту же угловую частоту. В этом случае дифференциальные соотношения для L и C заменяем комплексными сопротивлениями $j\omega L$ и $1/(j\omega C)$.

Комплексная амплитуда источника

Сначала записываем источник в комплексной форме. Амплитуда комплексного напряжения равна амплитуде синусоидального источника, а аргумент соответствует начальной фазе заданной функции.

Расчетное выражение приведено в формуле (6.2).

$$\dot{U}_m = 150e^{-j36.9^\circ} \quad (6.2)$$

Полное комплексное сопротивление электрической цепи

Затем составляем полное комплексное сопротивление цепи до коммутации. Активные сопротивления учитываем действительными величинами, индуктивные сопротивления записываем как $j\omega L$, а емкостные сопротивления как $-j/(\omega C)$. После этого сворачиваем соединения элементов по схеме.

Расчетные выражения приведены в формулах (6.3)-(6.8).

$$x_C = \frac{1}{800 \cdot 4 \cdot 10^{-5}} = 31.25 \Omega \quad (6.3)$$

$$x_L = 800 \cdot 0.1 = 80 \Omega \quad (6.4)$$

$$Z_{RL} = R + jx_L = 60 + j80 \, \Omega \quad (6.5)$$

$$Z_C = -jx_C = -j31.25 \, \Omega \quad (6.6)$$

$$Z = \left(\frac{1}{Z_{RL}} + \frac{1}{Z_C} \right)^{-1} \quad (6.7)$$

$$Z = \left(\frac{1}{60 + j80} + \frac{1}{-j31.25} \right)^{-1} \approx 10.09 - j29.45 \, \Omega \quad (6.8)$$

Амплитудное значение тока:

Комплексную амплитуду тока находим по закону Ома, деля комплексную амплитуду источника на полное комплексное сопротивление. Полученный модуль дает амплитуду тока, а аргумент показывает фазовый сдвиг тока относительно выбранного начала отсчета.

Расчетные выражения приведены в формулах (6.9) и (6.10).

$$\dot{I}_{1m} = \frac{\dot{U}_m}{R + j\omega L} \quad (6.9)$$

$$\dot{I}_{1m} = \frac{150e^{-j36.9^\circ}}{60 + j80} = 1.50e^{-j90.03^\circ} \, \text{A} \quad (6.10)$$

Комплексная амплитуда напряжения на емкости:

Напряжение на емкости находим через комплексный ток и емкостное сопротивление. Это напряжение нужно для определения независимого начального условия $u_C(0)$, потому что напряжение на конденсаторе не может измениться скачком.

Расчетное выражение приведено в формуле (6.11).

$$\dot{U}_{Cm} = \dot{U}_m = 150e^{-j36.9^\circ} \quad (6.11)$$

Мгновенное напряжение на емкости до коммутации

Переходим от комплексной амплитуды напряжения к мгновенной функции времени. Затем подставляем $t = 0^-$ и получаем значение $u_C(0^-)$. По закону коммутации принимаем $u_C(0^+) = u_C(0^-)$.

Расчетные выражения приведены в формулах (6.12) и (6.13).

$$u_C(t) = 150 \sin(800t - 36.9^\circ); \quad (6.12)$$

$$u_C(0^-) = 150 \sin(-36.9^\circ) \approx -90.06 \, \text{В}. \quad (6.13)$$

Мгновенное значение тока до коммутации

Аналогично записываем мгновенное значение тока через индуктивность и подставляем $t = 0^-$. Полученное значение является вторым независимым начальным условием, потому что ток через индуктивность также не может измениться скачком: $i_L(0^+) = i_L(0^-)$.

Расчетные выражения приведены в формулах (6.14) и (6.15).

$$i_L(t) = 1.50 \sin(800t - 90.03^\circ) \quad (6.14)$$

$$i_L(0^-) = 1.50 \sin(-90.03^\circ) \approx -1.50 \text{ A}. \quad (6.15)$$

Для режима после коммутации составляем систему уравнений при $t > 0$. Эти уравнения используем, чтобы найти зависимые начальные условия: токи и напряжения на элементах, которые могут изменяться скачком и поэтому не являются независимыми.

Расчетные выражения приведены в формулах (6.16)-(6.19).

$$i_1(t) + i_c(t) = 0 \quad (6.16)$$

$$i_c(t) = C \frac{du_c(t)}{dt} \quad (6.17)$$

$$u_c(t) = Ri_1(t) + u_L(t) \quad (6.18)$$

$$u_L(t) = L \frac{di_1(t)}{dt} \quad (6.19)$$

Независимые начальные условия:

К независимым начальным условиям относим только те величины, которые связаны с запасенной энергией: напряжение на конденсаторе и ток через индуктивность. Их значения после коммутации берем равными значениям до коммутации.

Расчетные выражения приведены в формулах (6.20) и (6.21).

$$u_c(0^+) = u_c(0^-) = 150 \sin(-36.9^\circ) \approx -90.06 \text{ В} \quad (6.20)$$

$$i_1(0^+) = i_L(0^+) = i_L(0^-) \approx -1.50 \text{ A} \quad (6.21)$$

Зависимые начальные условия:

Зависимые начальные условия находим уже по схеме после коммутации. Для этого подставляем независимые начальные условия в уравнения цепи при $t = 0^+$ и рассчитываем остальные токи и напряжения по законам Кирхгофа и Ома.

Расчетные выражения приведены в формулах (6.22)-(6.24).

$$i_C(0^+) = -i_1(0^+) = 1.50 \text{ A} \quad (6.22)$$

$$u_R(0^+) = Ri_1(0^+) = 60 \cdot (-1.50) = -90.0 \text{ B} \quad (6.23)$$

$$u_L(0^+) = u_C(0^+) - Ri_1(0^+) = -90.06 - (-90.0) = -0.06 \text{ B} \quad (6.24)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения данной курсовой работы были решены все поставленные задания и получены расчётные результаты для исследуемых электрических цепей.

В первом разделе выполнено разложение заданного периодического несинусоидального напряжения $u(\omega t)$ в ряд Фурье с ограничением до пятой гармоники. По найденным гармоническим составляющим построены графики отдельных гармоник и суммарной кривой напряжения.

Во втором разделе рассчитана линейная электрическая цепь при воздействии несинусоидального напряжения: для каждой гармоники найдены входные сопротивления и токи, составлено мгновенное значение общего тока, а также рассчитаны активная, реактивная и полная мощности.

В третьем и четвертом разделах проведено исследование симметричной и несимметричной трехфазных цепей: выполнены необходимые расчеты режимов работы, составлен баланс мощностей, а также построены векторные диаграммы токов и напряжений.

В пятом и шестом разделах выполнено исследование переходных процессов в линейных электрических цепях с двумя накопителями энергии. Для заданной схемы определены независимые начальные условия, составлены уравнения процесса после коммутации и получен закон изменения напряжения на конденсаторе во времени.

Выполнение данной работы позволило закрепить и углубить знания, полученные на лекционных и практических занятиях, а также освоить применение комплексного метода расчёта, методов анализа несинусоидальных режимов и подходов к исследованию переходных процессов в электрических цепях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Тэттэр А.Ю. Периодические режимы линейных электрических цепей: Учебное пособие / Тэттэр А.Ю, В.Т. Черемисин, Т.В. Ковалева и др./ Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2019. 125 с.
2. Кузнецов А.А. Переходные процессы в линейных электрических цепях: Учебное пособие / Кузнецов А.А., А.В. Пономарев, А.Ю. Тэттэр/ Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2014. 103 с.
3. Расчет линейных электрических цепей: учебно-методическое пособие к выполнению курсовой работы по дисциплине «Теоретические основы электротехники»/А.Г. Зверев, Т.В. Ковалева, О.О. Комякова и др./ Омский гос. ун-т путей сообщения. Омск, 2016. 34 с.